ESTUDIO CRITICO

JUICIO, CONCEPTO Y CURSO DE VALORES
(A propósito del *Frege* de Sluga) *

MATTHIAS SCHIRN

Tanto por su método como por su propósito, la obra de Sluga (Hans Sluga, *Gottlob Frege.* Londres: Routledge & Kegan Paul, 1980. XI+203 pp.) se distingue esencialmente de otras publicaciones sobre Frege aparecidas con anterioridad. De acuerdo con su tesis metodológica fundamental, las doctrinas filosóficas de Frege sólo pueden comprenderse adecuadamente mediante una elucidación de sus raíces y conexiones históricas. Habiendo ubicado el pensamiento de Frege en la tradición del racionalismo europeo —en el cual hallarían cabida también elementos del idealismo crítico kantiano— Sluga procura demostrar con todo detalle la influencia que Lotze, y a través de él Leibniz y Kant, ejercieron sobre Frege. Su demostración corre parejas con un análisis de los intereses epistemológicos de Frege, aspecto que hasta ahora no había sido cabalmente destacado. Por último, Sluga considera la inserción de Frege en la filosofía alemana de postrimerías del siglo XIX, arrojando luz sobre la parte que le cupo en la

* Agradezco a Carlos Dufour, Guillermo E. Rosado Haddock y Roberto Torretti la lectura del manuscrito y las sugerencias estilísticas que me hicieron. Las referencias a páginas no precedidas de otra indicación remiten al libro de Sluga. Los escritos de Frege se citan mediante las abreviaturas indicadas entre corchetes, de acuerdo a las siguientes ediciones: *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens* [*BS*], Halle a.S. 1879, reimpresión en: Gottlob Frege, *Begriffsschrift und andere Aufsätze* [*BSA*], ed. I. Angelelli, Hildesheim 1964[2]; *Die Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch-mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl* [*GLA*], Breslau 1884, reimpresión Darmstadt y Hildesheim 1961; *Grundgesetze der Arithmetik. Begriffsschriftlich abgeleitet* [*GGA*], tomo I, Jena 1893, tomo II, Jena 1903, reimpresión Hildesheim y Darmstadt 1967; *Kleine Schriften* [*KS*], ed. I Angelelli, Darmstadt 1967; *Nachgelassene Schriften* [*NS*], eds. H. Hermes, F. Kambartel, F. Kaulbach, Hamburg 1969; *Wissenschaftlicher Briefwechsel* [*WB*], eds. G. Gabriel, H. Hermes, F. Kambartel, C. Thiel, A. Veraart, Hamburg 1976; "Booles rechnende Logik und die Begriffsschrift" [*BRL*], 1880/81, en: *NS*, pp. 9-52.

Diálogos, 42 (1983) pp. 187-216.

plasmación de la filosofía analítica.

En los dos primeros capítulos, predominantemente históricos, Sluga ha puesto de manifiesto algunos resultados importantes que parecen apropiados para impulsar fructíferamente la investigación del pensamiento fregeano. Esto vale también con respecto a los capítulos III y IV, titulados "A Language of Pure Thought" y "In Search of Logical Objects", en los cuales Sluga se dedica a las concepciones lógicas y matemático-filosóficas de Frege durante la primera fase de su carrera científica. En comparación, los dos últimos capítulos titulados "The Analysis of Meaning" y "The End of Logicism" ofrecen un aspecto más bien decepcionante.

No es posible sustraerse a la impresión de que, al esforzarse por establecer una relación estrecha entre la filosofía de Frege y ciertas doctrinas de Kant y Lotze, Sluga ha ido a veces demasiado lejos. Aquí, vamos a dar sólo dos ejemplos. *Primero:* Su tesis de que Frege hizo suya una concepción kantiana del espacio y, por consiguiente, una interpretación subjetivo-trascendental de los objetos (materiales) en el espacio (pp. 45ss.; *cf.* pp. 62s.), es una tesis que carece de suficiente fuerza persuasiva. No se la puede sustentar ni en las observaciones aisladas que en algunos lugares hace Frege sobre el espacio y la intuición espacial (véase *KS*, pp. 1, 50s.,87, 94, 104, 114ss., 262; *BS*, §§ 8, 23; *GLA*, §§ 5, 12-14, 26, 64, 86-91, 104; *WB*, pp. 61, 63, 163ss.), ni en su quizá persistente opinión de que las verdades geométricas son sintéticas-apriori (*WB*, p. 163; *GLA*, § 89; *NS*, pp. 292ss., 298ss.). La distinción de Kant entre *fenómeno (Erscheinung)* y *cosa en sí (Ding and sich)* así como su caracterización ulterior del espacio como algo dotado a la vez de realidad empírica e idealidad trascendental (véase *Kritik der reinen Vernunft*, B 44) carecen de toda base en la obra de Frege. *Segundo:* Me parece ininteligible la aserción de Sluga (p. 156s.) de que el axioma V de las *GGA* sea analítico precisamente en el sentido kantiano. Pues el estrecho criterio de la analiticidad que ofrece Kant —una proposición (de la forma sujeto-predicado) es analítica si el concepto-predicado está originariamente contenido en el concepto-sujeto, o respectivamente, si se puede reconocer su verdad suficientemente sobre la base del principio de la contradicción (B 10s.,190ss.)— no se puede aplicar a dicho axioma. Resulta correcta la observación de Sluga en otro lugar (p. 108), de que Frege define el concepto de la analiticidad sólo para verdades que admiten prueba (véase *GLA*, § 3). En cambio, la aserción de que Frege no caracteriza las verdades lógicas como verdades analíticas (p. 108), parece correcta sólo en un sentido restringido, puesto que según el criterio de la analiticidad que establece Frege las verdades lógicas *deducidas son* analíticas. Así Frege caracteriza las leyes aritméticas, bajo la condición de que puedan derivarse —conforme a su tesis logicista— sólo de las leyes lógicas básicas (que ni necesitan ni admiten prueba) y de definiciones, no sólo como verdades analíticas sino también como verdades lógicas (véase *GLA*, § 87).

Tales interpretaciones incorrectas aisladas quizá no importan mucho, vistas en conjunto. Pero en todo caso, pesa más el hecho de que el tratamiento que ofrece Sluga de algunas cuestiones es periférico, en parte asistemático, poco productivo y, por lo tanto, en craso contraste con el despliegue diferenciado del horizonte histórico interpretativo que, precisamente, debiera promover sólidos análisis particulares. Así, trata los conceptos de *Sentido (Sinn)* y *Referencia*

(Bedeutung),[1] tan fundamentales en la lógica de Frege, sólo marginalmente. Sus investigaciones respecto a la inconsistencia del sistema lógico de Frege se agotan por completo en una breve reconstrucción y apreciación del intento de solución de Frege en el apéndice del segundo tomo de las *GGA*, sin que tome en consideración más estrechamente la significativa correspondencia entre Frege y Russell. Y aun el principio del contexto —"Sólo en el contexto de una proposición las palabras significan algo" (*GLA*, § 62)— a que Sluga atribuye un papel central en la filosofía de Frege, sólo se trata de pasada en lugares diversos. Por otro lado, un tema tan importante como, por ejemplo, una comparación de las interpretaciones de la naturaleza de los números en Frege, Cantor y Dedekind, queda totalmente omitido.

En lo que sigue, voy a hacer algunas reflexiones críticas y constructivas sobre dos cuestiones examinadas por Sluga. En la primera sección, voy a discutir la tesis fregeana de la prioridad de los juicios (o también: de los contenidos enjuiciables) sobre los conceptos. En la segunda sección, la introducción fregeana de los cursos de valores.

1

Según Sluga, la tesis fregeana de la prioridad es de origen kantiano y constituye uno de los tres principios conductores de la construcción del cálculo lógico en la *BS* (pp. 55, 90s., 93, 123). En su *Crítica de la Razón Pura* Kant considera el concepto como el predicado de un juicio posible (B 94). Según él, los conceptos se basan en funciones, es decir, en la unidad de los actos de subsumir diversas representaciones bajo una representación común (B 93). Pero los juicios son sólo funciones de la unidad entre nuestras representaciones (B 94; véase también B 141). Por lo tanto, al descubrir todos los conceptos puros del entendimiento (las categorías) Kant parte de la función lógica del entendimiento en juicios y muestra que hay precisamente tantas categorías como funciones lógicas del entendimiento respecto de todos los juicios posibles (B 95ss.). Puesto que todas las categorías se basan en funciones lógicas de los juicios, y en éstos ya está pensada una unidad o conexión de conceptos dados, se sigue que las categorías ya presuponen una conexión. Ahora bien, aquella unidad que contiene el fundamento de la unidad de diversos conceptos en juicios y, que, como unidad cualitativa, subordina a sí la categoría de la unidad cuantitativa, es la unidad sintética originaria de la apercepción (véase B 130ss.). En lo que sigue, la semejanza entre la tesis fregeana de la prioridad y la interpretación kantiana de la relación entre juicios y conceptos —que, ciertamente, existe sólo en principio— se dibujará aun más claramente. Uno puede atribuir a Sluga el mérito de haber señalado por primera vez tan enfáticamente dicha semejanza.

Sluga analiza la tesis de la prioridad a partir de ciertas observaciones de Frege en *BRL*: "Al contrario de Boole comienzo con los juicios y sus contenidos, no con los conceptos... La formación de los conceptos la hago recién a partir de los juicios" (*NS*, p. 17; cf.*BSA*, p. 101). A fin de obtener una base adecuada para una

[1] De ahora en adelante, las palabras "Sentido" y "Referencia" se escriben con mayúscula cuando representan los términos fregeanos "Sinn" y "Bedeutung", respectivamente.

apreciación del análisis slugiano son menester algunas aclaraciones que desgraciadamente Sluga no ha hecho.

En *BRL* (*NS*, pp. 17ss.; cf. *WB*, p. 164) **Frege prefiere hablar de la obtención** de un concepto mediante la descomposición (*Zerfällung*) de un *contenido enjuiciable* que no debe ser confundido con el *juicio*. En su *Begriffsschrift* de 1879, él distingue en el juicio el contenido y el reconocimiento de la verdad del juicio (*BSA*, p. 1s.). Un juicio es siempre expresado con ayuda del llamado trazo de contenido "—"; éste aparece a la izquierda de una expresión "A" que expresa el contenido del juicio. Frege traduce la conexión de signos "—A" con las palabras "la circunstancia de que A". A los contenidos que se transforman en un juicio, anteponiendo a la expresión correspondiente el signo"⊢" constituído por el trazo de contenido y el trazo de juicio "|", él los llama *contenidos enjuiciables*, por ejemplo, la circunstancia de que $2^4 = 16$. "Lo que sigue al trazo de contenido siempre debe tener un contenido enjuiciable" (*BSA*, p. 2). A los contenidos para los cuales esto no vale —por ejemplo, no vale en el caso de la idea *casa*— él los llama *contenidos no enjuiciables*: "Hago una distinción entre juicio y contenido enjuiciable aplicando el primer nombre en el caso en que uno reconoce tal contenido como verdadero" (*NS*, p. 54; cf.*NS*, p. 11; *BSA*, p. 101). En su teoría de Sentido y Referencia Frege va a dividir el contenido enjuiciable, que es algo objetivo, **en el *pensamiento* y el *valor de verdad*** (véase *KS*, p. 172; *GGA I*, p. X; *WB*, p. 96); sin embargo retrospectivamente él está inclinado a concebirlo primariamente en el sentido de un pensamiento (véase *WB*, p. 120). En la *BS* y *BRL*, los conceptos pertenecen igualmente a una esfera objetiva de contenido aun no diferenciada. Sólo en el marco de la teoría de Sentido y Referencia y de la teoría sobre las funciones, conectada con ella, se determinan los conceptos terminológicamente como aquello que es *designado* por las expresiones conceptuales correspondientes. Algunas indicaciones hablan en favor de que en la *BS* y en *BRL* Frege entiende primariamente por concepto una parte simplemente insaturada o necesitada de complementación, o sea lo que posteriormente llama el Sentido de un signo conceptual (cf.*NS*, p. 273; pero véase también *GLA*, p. 63). Finalmente, hay que observar que en los escritos fregeanos posteriores a 1891 el término "juicio" designa siempre nada más que el acto psíquico del reconocimiento de la verdad de un pensamiento (véase p. ej. *GGA* I, § 5; *KS*, p. 346).

En *BRL* (p. 17s.) Frege describe la formación de un concepto mediante descomposición de un contenido enjuiciable, así como la extracción de una relación a partir del concepto así formado:

> Si en el contenido enjuiciable $2^4 = 16$ se considera el 2 sustituible por otra cosa, por ejemplo por (-2) o también por 3, lo que se indica poniendo x en lugar de 2: $x^4 = 16$, entonces el contenido enjuiciable se divide en una parte constante y una parte variable. La primera, considerada aisladamente pero dejando un lugar abierto para la última, nos da el concepto: "cuarta raíz de 16"... Ahora podemos además considerar sustituible en $x^4 = 16$ el 16, lo que representamos, digamos, mediante $x^4 = y$. De este modo obtenemos el concepto de una relación, a saber de la relación de un número con su cuarta potencia.

Al método explicado aquí corresponde la formación de términos conceptuales y relacionales (más generalmente, de términos funcionales) tal y como se

realiza en el sistema de las *GGA* según ciertas reglas de formación. Las tres reglas de correcta formación para nombres de funciones que Frege establece en el § 26 de las *GGA* describen métodos de construcción mediante los cuales se obtiene (1) a partir de un nombre propio compuesto (nombre de valor funcional) un nombre funcional monádico de primer grado, (2) partiendo de un nombre funcional monádico compuesto de primer grado un nombre funcional diádico de primer grado, y (3) a partir de un nombre propio complejo un nombre funcional de segundo grado con un lugar argumental de primer o segundo tipo. Junto con estas "reglas de formación de huecos" (*"Lückenbildungsregeln"*) Frege admite una segunda manera de construcción para nombres complejos de funciones monádicas de primer grado, a saber la colocación de signos argumentales apropiados (= nombres propios) en uno de los dos lugares vacíos de un nombre funcional diádico de primer grado (cf. *GGA I*, § 30; véase respecto a la distinción de tipos de argumentos y tipos de lugares argumentales *GGA I*, § 23). Voy a examinar su papel detalladamente más adelante. Uno obtiene, por ejemplo, partiendo de la ecuación (del nombre propio) "$2^4 = 16$" mediante una aplicación de la primera regla de formación de huecos la expresión funcional diádica (la expresión relacional) de primer grado "$\xi^4 = \zeta$". Como explicación señalamos la circunstancia de que Frege considera, después de 1891, cada expresión referencial que posee la forma sintáctica de una proposición asertiva como un nombre propio (nombre de objeto) especial: a saber, como un nombre propio de lo Verdadero o de lo Falso.

La operación sintáctica de la formación de expresiones funcionales monádicas de primer (respectivamente de segundo) grado que consiste en excluir de un nombre de valor funcional un nombre propio (respectivamente un nombre monádico o diádico de primer grado) en algunos o todos los lugares donde ocurre y dar a conocer los huecos así formados como lugar argumental de primer (respectivamente de segundo o tercer) tipo va de acuerdo con una división de un Sentido complejo y acabado en partes de Sentido heterogéneas (respectivamente homogéneas). Si la formación de huecos se efectúa a partir de un nombre de valor veritativo (proposición) se trata en el nivel del Sentido, en el caso más simple, de una descomposición del pensamiento expresado por él en una parte de pensamiento saturada (acabada) y una parte de pensamiento insaturada. "A la descomposición de la proposición le corresponde una descomposición del pensamiento, y a ésta, a su vez, algo en el dominio de las Referencias, y a esto yo lo llamaría un hecho lógico primitivo" (*WB*, p. 224). Ciertamente, 17 años más tarde Frege habrá rechazado como insostenible el hablar de una distribución de un todo en partes en el dominio de la *Referencia*: "La proposición puede ser considerada como una representación del pensamiento de tal manera que a la relación entre parte y todo en los pensamientos y partes de pensamientos corresponde, en general, la misma relación en las proposiciones y las partes proposicionales. Las cosas son diferentes en el reino de la Referencia. Uno no puede decir que Suecia sea una parte de Suecia" (*NS*, p. 275). En varios de sus escritos póstumos (véase *NS*, pp. 203ss., 216ss., 273ss.) Frege explica ampliamente el procedimiento de obtención de partes de pensamiento y subraya en ese contexto repetidas veces su idea, ya explícitamente formulada en 1882 (*WB*, p. 164), de que el mismo pensamiento (contenido enjuiciable) se puede analizar a menudo de modos diferentes (*NS*, pp. 203, 218; cf. *KS*, p. 173). Así, por ejemplo, no corresponde a un pensamiento la singularidad en sí, sino solamente respecto de una manera especial de división. Respecto a otra división el mismo pensamiento puede aparecer como particular.

Sluga sostiene (p. 92) que las observaciones de Frege en *BRL* (*NS*, p. 17), elegidas por él como punto de partida para su análisis, implican por lo menos "cuatro cosas diversas": (1) una aserción epistémica acerca del contenido de juicios, (2) una exposición de la relación entre juicios y conceptos, (3) una tesis sobre la naturaleza de los conceptos, (4) un principio metodológico para el análisis del significado.

Ad (1): Sluga no explica con más exactitud qué quiere decir que los contenidos de juicios sean primarios no sólo en el sentido lógico sino también en el sentido epistémico. En lugar de una explicación él cita una sección de una carta de Frege a Anton Marty del 29.8.1882 así como una sección de "Aufzeichnungen für Ludwig Darmstädter" del año 1919. En la cita de la carta Frege vuelve a formular su tesis de la prioridad y la fundamenta apelando a la naturaleza insaturada del concepto. Una inversión de la relación de prioridad entre el juzgar y la formación conceptual presupondría "una existencia independiente del concepto" (*WB*, p. 164). Sin embargo, un concepto no puede subsistir por sí mismo, porque es *insaturado*, "exigiendo algo que caiga bajo él" *(ibid.)*. Aquí, Frege aplica por primera vez los términos "insaturado" y "predicativo", después de haber caracterizado el concepto en *BRL* uno o dos años antes como algo cuyo signo nunca aparece en la conceptografía sin que esté al menos indicado un objeto que caiga bajo él (véase *NS*, pp. 18s.). Ciertamente, aquí Frege no parece notar el hecho de que un concepto vacío —sea contingentemente vacío como, por ejemplo, *hija de Gottlob Frege*, o necesariamente vacío como, por ejemplo, *desigual consigo mismo*— no se puede caracterizar como insaturado en el sentido de que exige algo que caiga bajo él. En su teoría sobre las funciones después de 1891, Frege resuelve esa dificultad concibiendo un concepto de primer grado (estrictamente delimitado) —sea completo o vacío— como una función que asigna a cualquier objeto como argumento un valor veritativo, a saber a algunos objetos lo Verdadero y algunos otros lo Falso o a cualquier objeto lo Verdadero en el primer caso, y a cualquier objeto lo Falso en el segundo caso.

Puesto que en la segunda sección citada por Sluga (*NS*, p. 273), Frege sólo vuelve a subrayar que en su conceptografía él no parte de los conceptos ni compone el pensamiento o el juicio a partir de ellos, queda pendiente qué entiende Sluga por la prioridad *epistémica* de los contenidos enjuiciables (pensamientos). Probablemente opine lo siguiente: Nuestro aprendizaje de los Sentidos de palabras conceptuales no precede a nuestro aprendizaje de los Sentidos (pensamientos) de proposiciones, sino al revés: aprendemos primero los pensamientos de proposiciones y llegamos luego a la comprensión de palabras conceptuales mediante una descomposición de pensamientos en partes de pensamientos. Efectivamente, se puede atribuir esta concepción a Frege, pero sólo bajo la condición de que se la limite en un aspecto importante. Voy a discutir esa limitación más adelante.

Ad (2): (1) - (4) deben ser expresamente diversas consecuencias de las observaciones de Frege en *BRL* citadas al comienzo de la sección 1. Puesto que ahí Frege formula la tesis de la prioridad (en su componente lógico) debería esperarse que la segunda consecuencia no coincidiera con la tesis en sí. Sin embargo, en la exposición de Sluga ello se revela justamente como el principio de la prioridad. Ahora bien, cuando Sluga sostiene en (2) que, según Frege, los conceptos se obtienen siempre por descomposición de contenidos enjuiciables —y esto significaría en el dominio de los signos que las expresiones conceptuales serían generadas *siempre* conforme al método de formación de huecos a partir de proposiciones descrito más arriba, y desde el punto de vista epistémico que aprendiéramos el Sentido de cada expresión conceptual generada de esta manera en virtud de nuestro previo aprendizaje de la proposición en cuestión— parece no advertir que esta interpretación irrestricta no dejaría ningún margen para resolver la incompatibilidad que parece existir a primera vista entre la tesis de la prioridad y otra tesis de Frege perteneciente a la lógica y la filosofía del lenguaje. Me refiero a la tesis igualmente fundamental de que construimos el Sentido de una proposición partiendo de los Sentidos de sus expresiones constituyentes. Y esta tesis implica que aprendemos el Sentido de una proposición en virtud del conocimiento previo de los Sentidos de las partes proposicionales semánticamente relevantes y del modo de composición de esas partes en un todo. En caso contrario, no se podría dar cuenta del hecho incontestable de que un parlante competente en un lenguaje puede formar y comprender una cantidad potencialmente infinita de proposiciones en virtud de su conocimiento de los Sentidos de un número finito de expresiones primitivas (palabras) y de su dominio implícito de una cantidad finita de reglas de formación.

> Las posibilidades del lenguaje son maravillosas. Mediante pocos sonidos y grupos de sonidos consigue expresar una enorme cantidad de pensamientos, aun aquellos que no han sido antes aprehendidos o expresados por ningún ser humano. ¿De dónde surge esta posibilidad? Del hecho de que los pensamientos están formados por trozos de pensamiento. Y estos trozos se corresponden con grupos de sonidos, con los que se construye la proposición que expresa el pensamiento, de modo que a la construcción de la proposición por medio de partes de proposición corresponde la construcción del pensamiento por medio de partes de pensamiento. Y a la parte del pensamiento se la puede llamar el Sentido de la parte proposicional correspondiente, de igual manera como el pensamiento será aprehendido como el Sentido de la proposición (*NS*, p. 243; cf. *NS*, p. 262; *WB*, p. 127; *KS*, p. 378).

Por razones de espacio, no voy a examinar el aparente conflicto entre ambas tesis y las posibilidades de resolverlo. En cambio, quisiera mostrar que la tesis de la prioridad no resulta aplicable a expresiones conceptuales *lógicamente simples*, respectivamente a los Sentidos que aquellas expresan.

Para documentar la validez presuntamente universal de la tesis de la prioridad, Sluga cita una observación de Frege en *BRL* según la cual las propiedades y relaciones no analizables (es decir, lógicamente simples) surgen "junto con el primer juicio por el que se las atribuye a las cosas" (*NS*, p. 19). Bien entendido, Frege no mantiene aquí que los juicios anteceden lógicamente o epistémicamente a la extracción de conceptos y relaciones lógicamente simples sino más bien que los últimos surgen *junto* con el primer juicio. Cuando en esta conexión se fija la atención en la construcción sintáctica y semántica del cálculo lógico de las *GGA* no se puede ignorar que ahí los nombres de funciones *primitivas* justamente no se generan mediante los principios de formación de huecos y que sus Sentidos no se obtienen por medio de una división de Sentidos complejos.

Al dominio de los signos primitivos de dicho cálculo, cuya correcta formación está presupuesta, pertenecen dos signos conceptuales de primer grado, dos signos relacionales de primer grado, un signo conceptual de segundo grado y uno de tercer grado así como un nombre funcional monádico de primer grado y uno de segundo grado que no designan un concepto. Los nombres de funciones primitivas (ocho en total) se introducen mediante *aclaraciones (Erläuterungen)* formuladas en el lenguaje ordinario que fijan los valores de esas funciones para todo argumento apropiado. Estas aclaraciones, a diferencia de las definiciones conceptográficas, constituyen el Sentido de un signo simple no a partir de componentes más simples sino tratándolos como un Sentido simple; se encuentran, por así decir, en el umbral del sistema. Para facilitar el entendimiento de las reflexiones siguientes conviene comentar la distinción que hace Frege entre signos funcionales simples y signos funcionales lógicamente simples.

En el sistema de las *GGA* se debe discernir en el nivel de los signos entre nombres funcionales lógicamente simples, simples y compuestos, y en la región de la Referencia entre funciones lógicamente simples y funciones complejas. Según el criterio fregeano de la simplicidad de un signo (véase *GGA II*, p. 79), un nombre funcional dado es simple si no está compuesto a partir de signos que tienen una Referencia (y un Sentido) por sí mismos y que contribuyen a la determinación de la Referencia (y del Sentido) de la expresión entera. Un nombre funcional (simple) es lógicamente simple si expresa un Sentido lógicamente no analizable. Así, aunque cada expresión funcional introducida en las *GGA* mediante una definición es simple en dicho sentido, no es lógicamente simple. (Según Frege, lo lógicamente simple no puede ser definido; véase *KS*, pp. 104, 167s., 288; *GGA* I, pp. 3s.; II, pp. 78 nota 3, 148 nota 1; *NS*, p. 290). Una tal expresión designa una función lógicamente compuesta y expresa un Sentido complejo, puesto que la definición otorga a ella la Referencia y el Sentido de un signo funcional complejo.

Sería concebible que Sluga tratara de poner en duda mi aserción de que los nombres funcionales primitivos del sistema de las *GGA* (sus Sentidos simples respectivamente) no se obtienen mediante el método de formación de huecos (no mediante la distribución de Sentidos complejos en partes de Sentido heterogéneas u homogéneas respectivamente) apelando al papel de aquellas definiciones que Frege llama con reserva "definiciones analíticas". En su ensayo "Logik in der Mathematik" Frege distingue entre definiciones constructivas y definiciones analíticas (*NS*, pp. 224ss.). Por medio de una definición analítica se analiza lógicamente en Sentidos simples el Sentido complejo de un signo simple usado desde hace tiempo. La expresión compleja formada por ella representa ese análisis lógico; su Sentido complejo resulta de su composición. Por tanto, una definición analítica puede servir para destacar claramente el Sentido de un signo

simple que ha estado en uso desde hace tiempo. Aparte de esto, Frege considera tal definición como un recurso metódico para hallar los elementos lógicamente simples de un sistema científico (véase también *KS*, p. 167). Cierto es que una tal actividad analítica no pertenece a la construcción del sistema mismo, antes bien lo debe preceder. Frege propone finalmente evitar la palabra "definición" en conexión con el análisis lógico de un signo simple, puesto que la coincidencia de su Sentido con el Sentido del signo compuesto que representa ese análisis no es resultado de una arbitraria convención —como en el caso de la definición constructiva o apropiada— sino que sólo puede admitirse en cuanto se manifiesta en forma inmediata. Pero, en ese caso, se puede considerar esa coincidencia como axioma.

Ahora bien, el método de formación de huecos tiene de común con la definición analítica sólo que, en el dominio del Sentido, corresponde a él un análisis de un Sentido complejo. Mientras la definición analítica analiza el Sentido complejo de un signo *simple* en componentes más simples y forma de esa manera un signo compuesto cuyo Sentido debe ser igual al Sentido del signo simple, el método de formación de huecos descompone el Sentido complejo de un nombre propio o funcional *compuesto*. En el nivel de los signos, siempre obtenemos un nombre simple o compuesto de una función lógicamente compleja. Resultado: Frege no obtiene los nombres primitivos de su sistema lógico (respectivamente sus Sentidos) ni mediante el proceso de excluir un nombre propio o funcional de un nombre propio o funcional más complejo, ni por medio de definiciones analíticas, sino que los establece mediante aclaraciones.

Yo había indicado ya el hecho de que en las *GGA* Frege admite una segunda manera de construcción para nombres funcionales monádicos compuestos de primer grado. Ella consiste en que un nombre propio llena el lugar del argumento ξ o del argumento ζ, respectivamente, del nombre de una función diádica de primer grado. En vista de la función del primer principio de formación de huecos se podría quizá considerar dicha manera de formación como superflua. No obstante, ella resulta, en efecto, indispensable para la construcción sintáctica del sistema de las *GGA*, como voy a mostrar, entre otras cosas, con las reflexiones siguientes.

Cada una de las tres reglas de correcta formación de nombres de funciones complejas que Frege formula en el § 26 de las *GGA* presupone la aplicación de la regla de colocación (= colocación de expresiones de argumentos apropiados en los lugares argumentales de nombres funcionales) —así pues originariamente a nombres primitivos. Según la primera y la tercera regla, la formación de huecos se efectúa a partir de un nombre propio compuesto (nombre de valor funcional), conforme a la segunda regla a partir de un nombre funcional monádico compuesto de primer grado. Pero sin aplicar la regla de colocación *(Einsetzungsregel)* no se puede generar, partiendo de los nombres de las funciones primitivas, un único nombre de valor funcional y, por consiguiente, un único nombre funcional monádico complejo de primer grado. Es decir: las *primeras* expresiones compuestas del sistema, a saber ciertos nombres de valores funcionales, se originan al colocar un nombre funcional primitivo de primer grado, o respectivamente de segundo grado, en el lugar argumental del nombre de una función monádica primitiva de segundo grado, o respectivamente de tercero (véase *GGA I*, § 30).

Consideremos tres ejemplos al respecto: 1. Por colocación de la expresión conceptual primitiva de primer grado "$\top\xi$" en el lugar vacío de la expresión conceptual primitiva de segundo grado "$\smile^{\mathfrak{a}}\varphi(\mathfrak{a})$" resulta el nombre de valor funcional (nombre de valor veritativo) "$\smile^{\mathfrak{a}}\top\mathfrak{a}$". 2. Al llenar el lugar argumental del nombre de la función primitiva de segundo grado "$\acute{\varepsilon}\varphi(\varepsilon)$" con la expresión conceptual lógicamente simple de primer grado "$-\xi$" se obtiene el nombre de valor funcional (nombre de curso de valores) "$\acute{\varepsilon}(-\varepsilon)$". 3. Por colocación de "$\smile^{\mathfrak{a}}\Phi(\mathfrak{a})$" en el lugar argumental del signo conceptual primitivo de tercer grado "$\smile^{\mathfrak{f}}\mu_{\beta}f(\beta)$" se forma el nombre de valor veritativo "$\smile^{\mathfrak{f}}\smile^{\mathfrak{a}}\mathfrak{f}(\mathfrak{a})$". A la formación de estos tres nombres propios corresponde en el dominio del Sentido la composición de un Sentido saturado por medio de partes de Sentido simples e insaturadas, "las cuales, ciertamente, necesitan un medio de unión para que se vinculen unas con otras" (*NS*, p. 207). En el primer y tercer caso tenemos la construcción de un pensamiento mediante trozos de pensamiento simples. Sólo con ayuda de un nombre propio construido a partir de dos nombres primitivos se puede formar el primer nombre funcional monádico complejo poniendo aquél, de acuerdo con el segundo modo de construcción, en el lugar del argumento ξ o del argumento ζ de uno de los dos nombres relacionales primitivos. Así se obtiene, por ejemplo, el nombre conceptual complejo de primer grado "$\acute{\varepsilon}(-\varepsilon)=\zeta$" mediante colocación de "$\acute{\varepsilon}(-\varepsilon)$" en el lugar del argumento ξ de "$\xi=\zeta$". En el nivel del Sentido corresponde a esta formación (= simple suplementación de un nombre funcional que necesita ser doblemente complementado) la construcción de un Sentido complejo, simplemente insaturado por medio de un Sentido saturado y un Sentido doblemente insaturado. La circunstancia de que las *primeras* expresiones conceptuales *complejas* de primer grado (respectivamente sus Sentidos complejos) no se obtienen mediante la formación de huecos a partir de nombres de valores veritativos (respectivamente no por descomposición de un pensamiento en partes de pensamiento) indica que en el sistema de las *GGA* la tesis de la prioridad no vale ilimitadamente ni siquiera para términos conceptuales compuestos.

Mientras la generación de los primeros nombres funcionales complejos con un lugar argumental de primer tipo (según la segunda manera de formación) presupone la construcción de nombres propios sólo *simplemente* compuestos a partir de nombres primitivos, la generación de nombres funcionales *compuestos* conforme a la primera regla de formación de huecos puede efectuarse sólo a partir de un nombre propio *múltiplemente* compuesto, como ilustra el ejemplo siguiente. Poniendo "$\acute{\varepsilon}(-\varepsilon)$" en el lugar vacío de "$\acute{\varepsilon}(-\varepsilon)=\zeta$" se obtiene el nombre de valor de verdad múltiplemente compuesto "$\acute{\varepsilon}(-\varepsilon)=\acute{\varepsilon}(-\varepsilon)$". A partir de ello se puede formar con ayuda del primer principio de formación de huecos los dos signos conceptuales compuestos "$\acute{\varepsilon}(-\varepsilon)=\zeta$" y "$\xi=\acute{\varepsilon}(-\varepsilon)$" así como el signo *simple* "$\xi=\xi$" de un concepto *complejo*. (En el dominio del Sentido tenemos diferentes descomposiciones del mismo pensamiento). El completo árbol genealógico de formación *(Erzeugungsstammbaum)* de "$\xi=\xi$" muestra que el último paso de construcción, radicando en la formación de huecos, presupone una aplicación del segundo modo de construcción. En cambio, si se aplica la primera regla de formación de huecos al nombre de objeto simplemente compuesto "$\acute{\varepsilon}(-\varepsilon)$" resulta con "$\xi$" el nombre simple de una función lógicamente compleja, si la letra "ξ" tiene por fin sólo dar a conocer el lugar argumental de primer tipo. "La función nombrada de este modo tiene la propiedad de que su valor para todo argumento coincide con éste" (*GGA I*, p. 43). (Como explicación observamos que la primera regla de formación de huecos permite no sólo excluir de un nombre propio otro nombre propio (que lo compone como parte) en algunos o todos los lugares donde ocurre, sino también que el nombre propio excluido coincida con el nombre inicial. Resulta claro que se puede formar el nombre funcional "ξ" también a partir de "$\acute{\varepsilon}(-\varepsilon)=\acute{\varepsilon}(-\varepsilon)$" o de cualquier otro nombre objetual). Si aplicáramos, finalmente, la tercera regla de formación de huecos a "$\acute{\varepsilon}(-\varepsilon)$" obtendríamos sólo el nombre primitivo "$\acute{\varepsilon}\varphi(\varepsilon)$"; y si aplicáramos la segunda regla de formación de huecos a "$\acute{\varepsilon}(-\varepsilon)=\zeta$" obtendríamos sólo la expresión primitiva "$\xi=\zeta$".

He caracterizado a "ξ" y "$\xi=\xi$" como nombres simples de funciones complejas. Son simples en el sentido del criterio de Frege; y puesto que las funciones designadas por ellos no pertenecen al círculo de las funciones primitivas, sólo pueden ser lógicamente complejas. Según la concepción de Frege, aprendemos el Sentido complejo del nombre "$\xi=\xi$" *sólo* en virtud de nuestra comprensión previa del nombre propio compuesto a partir del cual lo obtenemos mediante la formación de huecos. La tesis de la prioridad en su versión originaria —limitada a proposiciones (pensamientos) y expresiones conceptuales (partes de pensamiento simplemente insaturadas)— vale en el sistema de las *GGA* para cualquier nombre de un concepto complejo cuya cadena de construcción tiene como último miembro la formación de huecos conforme a la primera o la tercera regla. (Se puede prescindir del caso trivial en que se extrae de un nombre propio múltiplemente compuesto como, por ejemplo, "$\Delta=\Delta$" —donde "Δ" es un nombre objetual complejo bien formado— un nombre conceptual complejo como "$\xi=\Delta$", que ya había sido generado en un previo paso de construcción, mediante colocación según el segundo modo de formación).

Por fin, queda aun añadir respecto al papel del segundo modo de construcción para nombres funcionales lo siguiente. Sin él, la segunda regla de formación de huecos —cuya aplicación siempre presupone un nombre funcional monádico de primer grado conteniendo como componente un nombre propio en uno o más lugares— no podría satisfacer su cometido en el sistema. Esto resulta evidente al remontar los árboles genealógicos de construcción para nombres compuestos de funciones diádicas de primer grado hasta los nombres primitivos. Al último paso de construcción, que consiste en la formación de huecos, antecede en alguna parte de la cadena de generación por lo menos una aplicación de la segunda manera de construcción. El lector puede reconstruir, por ejemplo, el árbol genealógico de formación del nombre relacional complejo "$\begin{array}{l}\top\!\!\!-\!\!-\,\xi\\ \llcorner\!\top\,\zeta\end{array}$" que designa la función de verdad de la disyunción con ayuda de la negación e implicación.

Ad (3): Sluga enuncia como tercer componente de la tesis de la prioridad la concepción fregeana de que los conceptos son esencialmente predicativos o, hablando metafóricamente, insaturados. La cuestión de si Frege había *derivado* dicha concepción de Kant —como Sluga piensa (p. 93)— no necesito discutirla aquí. Pero no cabe duda de que Kant ha destacado la naturaleza predicativa del concepto y Frege, en principio, lo ha seguido. La tesis de la prioridad proporciona, en efecto, una razón evidente de por qué las expresiones conceptuales son insaturadas, incompletas o necesitadas de complemento, en tanto que provengan de proposiciones previamente dadas por el proceso de formación de huecos. Esto vale igualmente para los conceptos designados por ellas y para los Sentidos que ellas expresan. Cierto es que dicha tesis no implica el carácter insaturado de los signos conceptuales lógicamente simples. Pues hemos demostrado que estos no se extraen de proposiciones ya entendidas mediante el método de formación de huecos.

Ad (4): Las observaciones formuladas por Sluga acerca de la (presunta) cuarta consecuencia de la tesis de la prioridad presentan una acumulación de alusiones vagas, aserciones ininteligibles y confusiones graves. Al comienzo, Sluga nos indica que la cuarta consecuencia sería la siguiente: de un lenguaje lógico perfecto (conceptografía) exigimos que los signos que constituyen la expresión de un juicio (una proposición) correspondan exactamente a las partes del juicio (pensamiento) que han sido distinguidas por medio del análisis lógico (pp. 93s.). Pero según Frege, no exigimos en general justamente esto de un lenguaje lógico preciso, con tal que la obtención de partes de pensamiento mediante descomposición esté esencialmente vinculada con la posibilidad de analizar el mismo pensamiento de modos diferentes. Yo ya había mostrado con ayuda de un ejemplo tomado de las *GGA* que el método de la división de un pensamiento provee esencialmente la posibilidad de obtener diversas partes de pensamiento a partir del mismo pensamiento, en especial aquellas partes que no corresponden a los componentes por medio de los cuales la proposición ha sido compuesta originariamente. Así, ninguno de los signos mediante los que se compone originariamente la proposición "$\acute{\epsilon}(-\epsilon) = \acute{\epsilon}(-\epsilon)$" aplicando reiteradamente la regla de colocación, corresponderá al Sentido del predicado "$\xi = \xi$", que proviene de dicha proposición sólo mediante exclusión del nombre propio "$\acute{\epsilon}(-\epsilon)$" a ambos lados del signo de igualdad. Sólo después de haber extraido de esta proposición este predicado se la puede considerar como compuesta por medio de las expresiones "$\xi = \xi$" y "$\acute{\epsilon}(-\epsilon)$". "Pero hay que observar que el mismo pensamiento se puede analizar frecuentemente de modos diversos, y por lo tanto, también aparece compuesto de modos diversos" (*NS*, p. 218).

Sluga prosigue: "In a language that is not logically perfect we cannot safely make that assumption. In ordinary language we can presuppose only that the sentence as a whole expresses a thought. Whether or not the parts of the sentence have a meaning is open to question; and the meaning we assign to such parts will depend on the meaning of the whole sentence" (p. 94). Sluga trata de explicar la circunstancia de que respecto a un lenguaje natural no podemos formular la exigencia mencionada más arriba, señalando que en él podemos presuponer sólo que la proposición entera expresa un pensamiento. (Se debería decir: "expresa un Sentido", pues respecto de un lenguaje simbólico también podemos presuponer sólo que la proposición *entera* expresa un pensamiento, a menos que ella esté compuesta a partir de proposiciones constituyentes genuinas). Ahora bien, no sólo existe una diferencia relevante entre la exigencia de que las expresiones constituyentes de una proposición deban tener por sí mismas un Sentido y una Referencia y la exigencia de que las expresiones por medio de las

cuales se compone la proposición deban corresponder unívocamente a las partes de pensamiento obtenidas por división del pensamiento. Más aún: ambas exigencias ni siquiera están relacionadas de manera inmediata. Además, en la exposición de Sluga queda oscuro en qué sentido el significado *(meaning)* que asignamos a las partes de una proposición del lenguaje ordinario debe depender del significado de la proposición entera. Frege escribe en una carta dirigida a Peano del 29.9.1896 (*WB*, p. 183):

> La tarea de nuestros lenguajes naturales está satisfecha esencialmente, si los hombres, al relacionarse entre sí, asocian los mismos pensamientos, o aproximadamente los mismos, con las mismas proposiciones. A este respecto no es absolutamente necesario que las palabras aisladamente tengan por sí mismas un Sentido y una Referencia, con tal de que la proposición entera tenga un Sentido. Otra es la situación, cuando se han de obtener conclusiones; pues en ese caso es esencial que en dos proposiciones ocurra la misma expresión y que ésta tenga exactamente la misma Referencia en ambas. Por lo tanto, la expresión debe tener por sí misma una Referencia que sea independiente de las partes de la proposición.

Obviamente, Sluga cita este pasaje para corroborar sus explicaciones precedentes. Sin embargo, en vez de analizarlo detalladamente, considerando su contexto verdadero y objetivo, sólo prosigue haciendo una confusa observación: respecto a algunas palabras de un lenguaje usual podemos suponer con seguridad que designan algo por sí mismas, respecto a otras sólo que significan *(mean)* algo en el contexto de una proposición. Naturalmente, aquí se plantea la cuestión: ¿Qué tipo de palabras de un lenguaje natural debe pertenecer al primer grupo, respectivamente al segundo? Sluga hace valer que Frege ya se dejó guiar por esa idea en su exposición de las proposiciones generales en la *BS*, cuando escribe (*BSA*, p. 17):

> Aquí se puede prevenir contra un engaño que surge fácilmente del uso del lenguaje. Si se comparan las dos proposiciones "el número 20 es representable como suma de cuatro números cuadrados" y "todo número entero positivo es representable como suma de cuatro números cuadrados" parece ser posible concebir "representable como suma de cuatro números cuadrados" como una función que tiene como argumento una vez "el número 20" y la otra vez "todo número entero positivo". El error de esta concepción se reconoce por la observación de que "el número 20" y "todo número entero positivo" no son conceptos de igual rango. Lo que se afirma del número 20 no puede ser afirmado en el mismo sentido de "todo número entero positivo", aunque ciertamente [puede afirmárselo] en determinadas circunstancias de cada número entero positivo. A diferencia de la expresión "el número 20", la expresión "todo número entero positivo" no proporciona por sí sola una idea independiente, sino que sólo recibe un sentido mediante el contexto de la proposición.

Según estas explicaciones no serían, en todo caso, nombres propios los que pertenezcan a aquel grupo de palabras de un lenguaje natural, que tienen un Sentido, o respectivamente una Referencia, sólo en el contexto de una proposición. Sluga igualmente no hace ninguna reflexión más sobre este fragmento, que exigiría también una interpretación. Menos aún alude él a la pretendida conexión entre el fragmento y el pasaje citado de la carta. A juzgar por las apariencias, él considera ambos textos como apropiados para hacer plausible la interpretación de un principio fregeano: Se trata del principio "debe preguntarse por el significado de las palabras en el contexto proposicional, no aisladamente" (*GLA*, p. XXII), que Frege, junto con otros dos principios, coloca al comienzo de su investigación del concepto de número en las *GLA*. Sluga lo llama "el principio del contexto" y asegura que en las *GLA* Frege lo concibe primariamente como un principio metodológico para efectuar el análisis de proposiciones del lenguaje ordinario. "But the implication seems to be that there is a priority of sentence meaning over word meaning for every language, including a logically perfect one. In this stronger sense the principle would amount to the reaffirmation of the Kantian doctrine of the priority of judgments over concepts" (pp. 94s.).

Para revelar los defectos y las confusiones en la exposición de Sluga tengo que examinar la sección en la *BS* y, en particular, la cita de la carta. Comienzo con la última.

En la carta mencionada, Frege se interesa en un rechazo fundado de las definiciones múltiples y condicionadas que Peano había formulado en su obra *Formulaire de mathématiques I* (Turin 1895). Con su crítica detallada de la práctica definicional de Peano él quiere demostrar, a la vez, que el número de los signos primitivos en Peano no es, en el fondo, más pequeño que el de su propio sistema. El escribe (*WB*, p. 182):

> Su primera definición I, § 1, 3 se relaciona obviamente al caso en que el signo de igualdad conecta proposiciones, a pesar de que esto no está expresamente dicho; la segunda (I, § 4, 2) tiene presente el caso en que [ese signo] ocurre entre signos de clases; la tercera (I, § 5, 2) el caso en que expresa una igualdad entre individuos, la cuarta (I, § 5, 11) el caso en que conecta signos funcionales. El caso a que uno se refiere está, en general, indicado mediante una oración condicional. Ahora bien, yo rechazo las definiciones condicionadas que Vd. da a menudo, porque son incompletas, porque fijan sólo para ciertos y no para todos los casos que la nueva expresión ha de tener la misma Referencia que la expresión explicativa. Y así ellas no logran su objetivo: dar una Referencia a un signo.

Según Frege, una definición correcta de una expresión conceptual (de primer grado) debe delimitar completa y estrictamente el concepto correspondiente, es decir, debe determinar inequívocamente para todo objeto si él cae bajo el concepto o no —*tertium non datur* (véase *KS*, pp. 135, 209; *GGA II*, §§ 56ss.; *NS*, pp. 131, 135, 168, 193s., 260, 262). Por lo tanto, una expresión conceptual de primer grado introducida mediante una definición ha de tener una Referencia en conexión con cualquier nombre propio referencial que llena su lugar argumental, es decir, debe dar por resultado una proposición referencial (véase *NS*, pp. 167, 212; *GGA I*, § 29). Análogas observaciones se aplican a la definición de una expresión relacional de primer grado. Esta debe estipular unívocamente para cualquier primer y cualquier segundo objeto (para cualquier par ordenado de objetos) si la relación en cuestión existe entre el primero y el segundo. Frege subraya que la definición I, § 4,2 de Peano decide sólo en el caso en que *a* y *b* son clases,si *a* es igual a *b*; ella no otorga una Referencia al signo relacional "=" independientemente de *a* y *b*, y entonces no le asigna ninguna Referencia independiente. Sin embargo, cuando se han de obtener conclusiones —por ejemplo, a partir de dos premisas— es esencial que en las dos premisas aparezca la misma expresión y que tenga exactamente la misma Referencia (y el mismo Sentido) en ambas. De eso, Frege deduce la exigencia de atribuirle una Referencia (y un Sentido) que sea independiente de las partes restantes de la proposición. Así Frege considera la independencia referencial de una palabra del contexto proposicional como un requisito indispensable para que puedan hacerse pruebas estrictas y obtenerse conclusiones válidas con seguridad.

"Respecto a las palabras conceptuales incompletamente definidas esta independencia no existe; lo que importa es si existe aquello a lo que se refiere la definición; y esto depende de las partes restantes de la proposición. Por lo tanto, no se puede atribuir a tales palabras una Referencia independiente" (*WB*, p. 183). Si relacionamos esto a la definición incompleta y condicionada I, 4,2 de Peano podemos interpretarlo sólo como sigue: en los casos a los que se aplica la definición —a saber en los casos en que el signo de igualdad aparece entre nombres de clases— "=" tiene una Referencia, aunque una Referencia que depende del contexto; pero en todos los casos en que el signo de una clase aparece sólo a un lado del signo "=" o en ningún lado, el signo "=" no tiene ninguna Referencia, ni una Referencia independiente ni una Referencia dependiente. Puesto que, según Frege, una proposición asertiva posee una Referencia (un valor de verdad) sólo si todos sus componentes poseen Referencia, las proposiciones en las cuales aparece "=" flanqueado de términos para clases significarían lo Verdadero o lo Falso, mientras las proposiciones en las cuales "=" no ocurre entre dos términos para clases serían no referenciales (ni verdaderas ni falsas) (véase también *NS*, pp. 167ss.). "Ahora bien, reconocemos fácilmente que también esta totalidad [de las definiciones del signo de igualdad establecidas por Peano] no está completa; pues no se ha dicho nada sobre los casos en que a un lado del signo de igualdad está un signo de un objeto que no es ninguna clase, tampoco sobre los casos, en que a la izquierda aparece, digamos, una proposición y a la derecha un signo de una clase o un nombre propio. Claro Vd. opina que en esos casos sería falsa la ecuación; pero esto no se puede inferir de sus definiciones" (*WB*, p. 184).

La concepción sugerida en las observaciones citadas de que debe atribuirse a un predicado incompletamente definido una Referencia dependiente en contextos para los cuales está definido y no reconocérsele una Referencia en contextos para los cuales éste no está definido, parece ser simplemente desmentida por ciertas observaciones que hace Frege en la misma carta, así como en otros escritos. Así pues, Frege hace valer también que una definición condicionada no logra su objetivo de otorgar una Referencia a un signo. Sólo una definición *completa* puede atribuir una Referencia a un signo (véase *WB*, p. 182). Un signo conceptual o relacional que no cumple con la exigencia de la estricta delimitación del concepto o de la relación debe clasificarse, desde el punto de vista lógico, como un signo no referencial (véase *WB*, pp. 182s.; cf. *NS*, p. 133). Finalmente, en el segundo tomo de las *GGA* él insiste en que un concepto vagamente limitado no es, estrictamente hablando, ningún concepto, sino solamente un inadmisible pseudo-concepto. Observaciones análogas se aplican a las relaciones que no cumplen con la exigencia del *tertium non datur;* y los conceptos que se obtienen a partir de ellas al saturarlas parcialmente, deben considerarse igualmente como pseudo-conceptos (véase *GGA II*, §§ 56, 62; cf. *NS*, pp. 168, 195). A la luz de estas explicaciones valdría que un predicado de primer grado incompletamente definido, no importa cuáles sean los nombres propios que lo completen para formar una proposición, no tendrá ninguna Referencia, y por lo tanto, tampoco tendrá Referencia dependiente. No continuaré discutiendo este conflicto. Pero parece ser evidente al menos que una proposición universal "*(x)F(x)*" sobre un dominio de objetos ilimitado —como lo admite Frege— no es ni verdadera ni falsa si "*F(x)*" no está definido para por lo menos un objeto.

La indicación de Frege sobre el defecto de los lenguajes naturales, que contienen una pluralidad de palabras conceptuales vagas y, por tanto, no referenciales, así como su declaración de que sólo la proposición entera debe expresar un Sentido para que los miembros de la comunidad lingüística en cuestión asocien el mismo, o aproximadamente el mismo, pensamiento con ella, tienen por fin obviamente lo siguiente: hacer resaltar más claramente por contraste las exigencias que deben satisfacer predicados conceptográficos —en particular predicados introducidos mediante definiciones.

Consideremos ahora su observación "A este respecto no es absolutamente necesario que las palabras aisladamente tengan por sí mismas un Sentido y una Referencia, con tal de que la proposición entera tenga un Sentido". (A Sluga se le escapa una falta de traducción, por lo que desfigura el sentido, cuando traduce "Es ist dazu nicht durchaus nöthig" por "For that it is completely unnecessary"). Estrictamente hablando, el aditamento "tengan por sí mismas... una Referencia" resulta superfluo en el contexto dado. Si, así pues, podría considerarse la tarea de un lenguaje natural como esencialmente satisfecha si los parlantes/oyentes, al comunicarse entre sí, asociaran los mismos pensamientos, o aproximadamente los mismos, con las mismas proposiciones, no sería necesario, claro está, que las partes proposicionales tuvieran una Referencia (por sí mismas). "Si se trata solamente del Sentido de la proposición, es decir, del pensamiento, necesitamos ocuparnos sólo del Sentido de los signos formando la proposición; si ellos tienen también una Referencia o no, no tiene ninguna influencia sobre el pensamiento" (*WB*, p. 247; cf.*KS*, pp. 148s.; *NS*, pp. 208, 210, 250s.). Bien entendido, Frege no niega el hecho de que los componentes de una proposición de un lenguaje natural puedan poseer un Sentido y una Referencia *por sí mismos*. El sostiene sólo que esto —como podemos decir interpretándolo— no es imprescindible para que los procesos de comunicación en el lenguaje ordinario tengan efecto. Ahora bien, se podría objetar a Frege que en la comunicación en un lenguaje ordinario, en tanto que se efectúe en el hablar aseverativo, no importa sólo que los parlantes/oyentes, participando interactivamente en ella, asocien el mismo pensamiento con la misma proposición aseverativa, sino también que se cumplan las presuposiciones para que puedan reconocer el mismo pensamiento como verdadero. Si el juzgar (= reconocimiento de la verdad de un pensamiento) y el aseverar (= manifestación del juicio) deben efectuarse de manera fundada, es preciso que todas las partes semánticamente relevantes de la proposición tengan una Referencia. "Cuando se asevera algo [cuando se expresa una proposición con peso aseverativo] se sobrentiende siempre como supuesto que los nombres propios usados, simples o compuestos, tienen una Referencia" (*KS*, p. 154). A mi juicio,

se ofrecería para Frege una ampliación de este principio de presuposición para expresiones conceptuales y relacionales de un modo natural. Ciertamente, por una parte tenemos que conceder a Frege que un lenguaje natural no puede satisfacer ni remotamente las exigencias, ya muy superiores, de una demostración. Pero por otra parte es incontestable que en él también se obtienen conclusiones válidas de varios modos. Frege debería conceder que en esos casos será igualmente esencial que en dos proposiciones aparezca la misma expresión y que ésta tenga exactamente la misma Referencia en ambas.

Los interlocutores pueden asociar con una proposición "*s*" de un lenguaje natural —así subraya Frege— el mismo pensamiento, o aproximadamente el mismo, aun cuando las partes proposicionales no tengan ningún Sentido por sí mismas. Teniendo en cuenta sus explicaciones acerca de los predicados incompletamente definidos, parece que aquí él está pensando, primariamente, en predicados vagos. Según Frege, el paralogismo conocido bajo el nombre "Acervus" (o "Sorites") se basa exactamente en el hecho de que se utiliza una palabra como "montón" como si designara un concepto estrictamente limitado, mientras esto no es así (véase *WB*, p. 183; cf.*BS*, p. 64; *NS*, p. 168). La condición de que la proposición entera "*s*" ha de expresar un Sentido para que los parlantes/oyentes puedan asociar a ella el mismo pensamiento, o aproximadamente el mismo, se comprende por sí misma. Pero si "*s*" expresa un pensamiento, entonces sus expresiones constituyentes también han de tener un Sentido según los principios semánticos de Frege; si alguno no tuviera un Sentido, la proposición entera no expresaría tampoco ningún Sentido (pensamiento) (cf. *NS*, p. 150). Ahora bien, Frege evidentemente no está inclinado a desatribuirle un Sentido a los predicados vagos (véase *NS*, p. 133). Si bien es cierto que él subraya que tales palabras deben considerarse, desde el punto de vista lógico como no referenciales, él no dice en ninguna parte que carezcan de Sentido. Así pues para nombres propios sin Referencia debe valer también que ellos expresan normalmente un Sentido (cf.*KS*, p. 145; *NS*, pp. 141, 194s.; *WB*, p. 247). Sin embargo, los predicados vagos no tienen un Sentido independiente, sino un Sentido que depende de las restantes partes de la proposición. Las proposiciones en las que ellas aparecen, pueden, por lo tanto, expresar un pensamiento completo, claro que sólo un pensamiento aparente, es decir, un pensamiento que no puede reconocerse como verdadero o rechazarse como falso. (Yo no examinaré aquí la cuestión interesante de qué puede querer decir aprender el Sentido de una palabra o proposición si éste no determina una Referencia).

Mi interpretación de la cita de la carta debe haber clarificado suficientemente que Frege no se esfuerza por establecer un principio metodológico para el análisis del Sentido de las proposiciones de un lenguaje ordinario. Por el contrario, él señala los defectos del lenguaje ordinario que lo hacen inadecuado para objetivos científicos. Y son precisamente esos defectos los que le han movido principalmente a desarrollar una conceptografía. En la sección citada, Frege ni alude a su principio del contexto ni establece ninguna relación material con su tesis de la prioridad. Si con su observación "A este respecto no es absolutamente necesario..." quisiera aludir efectivamente al contenido de su principio del contexto —como Sluga parece suponer— éste podría pretender validez sólo como un principio acerca del *Sentido de las palabras* (en particular de los predicados vagos) *de un lenguaje natural.* Pero una tal interpretación acabaría en una tergiversación del contenido y de la función de la tesis "Sólo en el contexto de una proposición las palabras significan "algo" y del segundo principio metodológico, vinculado inmediatamente con ella, "debe preguntarse por el significado de las palabras en el contexto proposicional, no aisladamente". La marcha de la investigación en las *GLA* no deja lugar a dudas que la tesis del contexto se establece para palabras (expresiones subsentenciales) de todo tipo, no sólo para palabras de un lenguaje natural sino también para las de un lenguaje artificial, como el que se propone usar posteriormente. Se pueden aducir, a la vez, buenas razones para sostener que Frege introduce su segundo principio ante todo para aplicarlo a términos singulares abstractos, de los cuales forman una subclase las expresiones numéricas, colocadas en el centro de la investigación. Cierto es que en las *GLA* la exposición en bosquejo del programa de una fundamentación lógica de la teoría elemental de los números se efectúa en el marco del lenguaje ordinario utilizando pocos recursos técnicos. No obstante, resulta claro que los principios tomados por base de la investigación deben jugar un papel constructivo también en la proyectada elaboración completa, conceptográfica, de este programa.

Durante el período de las *GLA* Frege no había distinguido aún en sentido terminológico estricto entre la Referencia *(Bedeutung)* y el Sentido *(Sinn)* de las expresiones. Sin embargo, se puede mostrar fácilmente que él entiende por la tesis del contexto primariamente una tesis dirigida a la Referencia de las palabras (en el sentido técnico de esta palabra precisado posteriormente). Aparte de esto se la puede concebir también como una tesis sobre el Sentido de las palabras. Como tesis sobre la Referencia de las palabras ella indica la condición que debe cumplirse para que una palabra tenga una Referencia. La función crítica del principio del contexto consiste, en las *GLA,* en rechazar en general una interpretación psicológica de la Referencia, así como en evitar en particular una concepción física y psicológica de los números. En sentido constructivo le sirve principalmente para justificar una definición contextual (por vía de ensayo) de la expresión "el número que corresponde al concepto *F*" y, por tanto, de un modo general para la utilización de expresiones numéricas como nombres propios de objetos lógicos e independientes. (Cuando en su carta a Peano, Frege insiste con respecto a la práctica de hacer conclusiones correctas, en que cada palabra debiera tener una Referencia constante, independiente del contexto, esto puede aparecer a primera vista como un rechazo decidido del principio del contexto. Pero esto no es así. Esto parece evidente, si se observa que el principio del contexto apunta a la condición que debe satisfacer cada palabra para que se refiera a algo, mientras la exigencia en el marco de la crítica fregeana a las definiciones condicionadas de Peano establece que la misma palabra (el mismo predicado) debiera tener la misma Referencia en cualquier contexto en que ella pueda ocurrir, para evitar conclusiones ilógicas).

Ahora voy a considerar brevemente la sección citada de la *BS.* Ella es semejante a la sección de la carta sólo en tanto que también llama la atención sobre un defecto específico del lenguaje ordinario. Ciertamente, esto se realiza desde otro punto de vista y con otro propósito. Aquí Frege no se ocupa de la propiedad de los lenguajes naturales de contener predicados vagos, sino que previene contra

una falacia en la que se podría caer fácilmente cuando se hace una comparación entre las dos proposiciones "El número 20 es representable como la suma de cuatro números cuadrados" y "Todo número entero positivo es representable como suma de cuatro números cuadrados" desde el punto de vista de la forma *gramatical,* de la estructura superficial. Entonces se podría concebir erróneamente "es representable como suma de cuatro números cuadrados" como una función que tiene en la primera proposición "el número 20" como argumento y en la segunda "todo número entero positivo". Si se dispone de traducciones correctas de ambos enunciados en un lenguaje simbólico (cf.*BSA,* pp. 91ss.) la falacia de que "todo número entero positivo" aparezca como argumento de la función mencionada no puede surgir desde un principio. Frege trata de caracterizar la diferencia *lógica* entre "el número 20" y "todo número entero positivo" al hablar de conceptos de rango desigual. Ahora bien, su observación de que la expresión "todo número entero positivo", a diferencia de la expresión "el número 20" no proporciona por sí sola una idea independiente, sino que sólo recibe un sentido mediante el contexto de la proposición, no ha de concebirse de tal manera que ella anticipe ya la tesis del contexto de las *GLA*. Frege quiere dar a entender con ella que "todo número entero positivo" no designa ningún objeto sobre el que se enuncie que cae bajo el concepto de *representable como suma de cuatro números cuadrados*; la segunda proposición expresa más bien la subordinación de un concepto bajo otro concepto. La tesis del concepto se refiere, al contrario, a palabras de toda clase y Frege trata de hacerla fructífera para una introducción científicamente fundada de términos singulares abstractos. Finalmente, lo que él dice en la sección considerada no tiene nada que ver materialmente con su tesis de la prioridad.

Resulta insostenible la aserción de Sluga de que la tesis del contexto —en anto que ella incluye una prioridad de la Referencia proposicional sobre la Referencia de palabras para todo lenguaje, no sólo para un lenguaje ordinario sino también para un lenguaje lógicamente perfecto— acaba en una reformulación de la doctrina kantiana de la prioridad de los juicios sobre los conceptos. Por una parte, la tesis de la prioridad no dice nada sobre la Referencia de palabras en general, sino que es más bien una tesis sobre la formación de expresiones para conceptos complejos, o respectivamente sobre la obtención de partes de pensamiento. Por otra parte, la tesis del contexto no dice nada sobre la formación de expresiones conceptuales complejas, sino sobre la Referencia y el Sentido de palabras, simples o compuestas, de toda clase. La última implica, en efecto, una primacía de la Referencia (y del Sentido) proposicional sobre la Referencia (el Sentido) de palabras, de tal manera que la Referencia (el Sentido) de una palabra de cualquier tipo consiste exclusivamente en contribuir a la determinación de la Referencia (el Sentido) de proposiciones en las cuales puede ocurrir. La tesis de la prioridad, por el contrario, aspira a una prioridad del Sentido de las proposiciones sobre el Sentido de las palabras conceptuales (complejas) que se generan a partir de ellas mediante el método de formación de huecos. Obtenemos los Sentidos de esas palabras sólo partiendo de pensamientos y descomponiéndolos de una manera específica, o dicho con otras palabras: aprendemos sus Sentidos sólo en virtud de nuestra previa comprensión de las proposiciones a partir de las cuales ellos se obtienen mediante el proceso de exclusión.

2

Al comienzo de la sección V. 5 (p. 144) sobre funciones y cursos de valores, Sluga sostiene que un esclarecimiento de qué es lo que un concepto (de primer grado) correlaciona con los objetos que caen bajo el mismo, informa a la vez sobre lo que significa una palabra conceptual. Ahora bien, un concepto de primer grado correlaciona cada objeto subsumido bajo él con lo Verdadero. Pero para Frege, de ahí no se sigue aún qué es lo que debe considerarse como la Referencia de una expresión conceptual, si ella es un concepto o la extensión de un concepto (esto es, el curso de valores de una función cuyo valor es, para todo argumento apropiado, un valor veritativo). Como es sabido, Frege se decide a favor del concepto y fundamenta dicha decisión en el artículo "Ausführungen über Sinn und Bedeutung" (véase *NS*, pp. 128ss.) tomado en cuenta también por Sluga. En este artículo él señala, en primer lugar, el hecho de que en cada proposición aseverativa las palabras conceptuales pueden sustituirse mutuamente *salva veritate* si a ellas corresponde la misma extensión conceptual. De ello resulta claramente que los conceptos se comportan de modo diferente en relación con las leyes lógicas y la deducción sólo en cuanto difieren sus extensiones. Según Frege, por eso se podría querer identificar la extensión del concepto con la Referencia de la expresión conceptual; pero en este caso nos daríamos cuenta que las extensiones conceptuales (clases) son *objetos*. Una expresión conceptual se distingue de un nombre objetual por su insaturación o necesidad de complementación. En la conceptografía la insaturación se ilustra tipográficamente por el hecho de que el signo conceptual lleva siempre consigo un lugar argumental. A diferencia de los nombres objetuales, como observa correctamente Sluga en la p. 140, aquel determina la estructura lógica de las proposiciones. Según Frege, en la región de la Referencia (y asimismo en el dominio del Sentido) debe corresponder algo insaturado a él, algo que tiene un carácter predicativo. Puesto que él pertenece sólo al concepto y no a su extensión la extensión conceptual no puede ser la Referencia de una expresión conceptual. El hecho de que los conceptos de primer grado (estrictamente delimitados) correlacionan cada objeto con uno de los dos valores de verdad, no constituye *el significado (Bedeutung) de ellos* —como Sluga opina (p. 145)— sino que los caracteriza como una subclase de la clase de las funciones.

Sluga escribe: "The fact that functions are not separable from their role is the major reason for introducing the value-ranges. Since we cannot speak of the identity of functions, number statements cannot be interpreted as statements about functions. And yet they seem to involve functions or concepts. The resolution of the dilemma is to postulate objects that correspond to functions" (p. 145).

Esta breve cita, en la que Sluga cree revelar el motivo principal de Frege para la introducción de cursos de valores, requiere un trabajo de crítica en muchos aspectos, o de lo contrario resulta incomprensible. Al referirse al hecho de que las expresiones funcionales no pueden ser separadas del papel que desempeñan, Sluga opina, según todas las apariencias, lo siguiente: Puesto que las expresiones

funcionales son incompletas sólo pueden determinarse sus Referencias considerando el papel que ellas juegan en expresiones más complejas, en particular en proposiciones. De hecho, Frege considera que, por ejemplo, una expresión conceptual de primer grado, posee Referencia si junto con cada nombre propio referencial nos da una proposición referencial (verdadera o falsa). Ahora bien, si la *incompletitud* de las palabras conceptuales fuera la única razón decisiva para que se puedan determinar sus Referencias del modo mencionado más arriba, entonces se podría esperar que puedan determinarse las Referencias de las expresiones completas (libres de lugares vacíos) —que no son proposiciones— sin que por eso existiera alguna necesidad de considerar el papel que desempeñan como componentes de expresiones más complejas. En contra de esto habla el hecho de que en las *GGA* Frege considera como garantizada —por motivos que aún están por nombrar— la determinación *completa* de las Referencias de los nombres de cursos de valores si para cada función primitiva de primer grado de su sistema se determina qué valores toma para cursos de valores y valores veritativos como argumentos. Y finalmente, la demostración de la completitud semántica, a que aspira Frege para su sistema en el § 31 de las *GGA*, pone de manifiesto que los nombres de cursos de valores tienen, con seguridad, una Referencia sólo como expresiones constituyentes de nombres de valores funcionales referenciales más complejos, de nombres de valores veritativos. Pero también aparte de esa semejanza no puedo descubrir ninguna correlación directa entre el hecho de que la determinación de las Referencias de los nombres funcionales, respectivamente la prueba de que poseen una Referencia, está ligada a la presencia de esas en nombres de valores funcionales referenciales (véase *GGA I*, §§ 29-32) y la introducción de los cursos de valores.

El motivo principal para la introducción de los cursos de valores es, según las declaraciones expresas de Frege, que para la fundamentación lógica de la aritmética y del análisis matemático todos los números deben ser definidos como extensiones conceptuales (como cursos de valores de funciones monádicas particulares) (véase *GGA* I, pp. X, 14; cf. *GLA*, p. 115; *WB*, p. 121). En segundo lugar, dicha introducción sirve para simplificar la construcción lógica de la aritmética y del análisis. Después de haber proporcionado en la *BS* los recursos para definir lógicamente la relación de igualdad numérica entre conceptos y la relación de sucesión entre números cardinales Frege dió el paso decisivo en su programa de una reducción de la aritmética a la lógica, definiendo finalmente —después de dos intentos fracasados— el número cardinal como clase de equivalencia respecto a la relación de igualdad numérica. Ciertamente, la definición explícita del término "el número cardinal que corresponde al concepto *F*" (en símbolos: "$A_x F(x)$") se basó en la presuposición dudosa de que hubiese algo así como un conocimiento intuitivo de la extensión de un concepto. Por esa razón, en las *GGA* Frege se impuso como un deber la tarea de introducir, de una manera fundada y puramente lógica, extensiones conceptuales o, más generalmente, cursos de valores. Esta introducción se lleva a cabo mediante una fórmula de transformación (se trata de la transformación de la generalidad de una igualdad entre valores funcionales en una igualdad de cursos de valores y viceversa) que es formalmente análoga a la definición contextual de "$A_x F(x)$" (= tránsito de un enunciado de igualdad numérica a una ecuación entre números cardinales y viceversa) que ofrece Frege en su segundo intento de definición en las *GLA*; pero dicha fórmula obtiene expresamente el status de un axioma. Se trata del fatídico axioma V de las *GGA*. Puesto que la dificultad mencionada (acerca de la definición explícita de "$A_x F(x)$") en las *GLA*) y el intento de solucionarla no le pasan desapercibidas a Sluga (pp. 127ss.), su errada evaluación del motivo principal de Frege para la introducción de los cursos de valores debe causar sorpresa.

Pasemos ahora a las restantes observaciones de Sluga en el pasaje citado. Ellas insinúan velis nolis una presunta segunda razón para la transición de las funciones a sus cursos de valores efectuada por Frege, ya que no se puede saber cómo la imposibilidad de hablar lícitamente de la igualdad de funciones podría conciliarse con la inseparabilidad de las funciones de "su papel". Aparte de esto, Sluga ni siquiera indica la razón que le conduce a inferir de dicha imposibilidad que los enunciados numéricos no pueden interpretarse como enunciados sobre funciones. Aquí, el lector puede, de todos modos, hacer conjeturas.

Resulta exacta sólo la aserción de Sluga de que, según Frege, hablar de una identidad de funciones (conceptos) es lógicamente inadmisible. Cuando decimos, por ejemplo: "El concepto Φ es el mismo que el concepto Ψ ", *nombramos* según Frege por causa del uso del artículo determinado, que encubre la naturaleza predicativa del concepto, una relación entre objetos, cuando en realidad *mentamos* una relación entre conceptos (cf. *NS*, pp. 130ss.; pero véase también *WB*, p. 226). Pero estrictamente hablando, ni siquiera podemos *mentar* una igualdad entre conceptos, ya que la igualdad es una relación sólo pensable entre objetos. De ello resulta que la notación "$\Phi(\xi) = \Psi(\xi)$" es asimismo ilícita, aunque ella no oculta la naturaleza predicativa del concepto. (Posteriormente, claro está, Frege habrá de reconocer claramente que las expresiones de la forma "el concepto Φ" son nada más que nombres propios aparentes, puesto que no corresponde a ellos ningún objeto; véase *NS*, pp. 192, 210, 269, 289). En cambio, desde el punto de vista lógico se puede designar correctamente en la conceptografía la relación de segundo grado de la mutua subordinación de conceptos de primer grado —ella es análoga a la relación de igualdad— mediante la *generalidad* de una igualdad.

De la idea de que no podemos expresar la igualdad de funciones, no resulta para Frege de ningún modo que los enunciados numéricos no puedan ser interpretados como enunciados de conceptos. Al respecto existiría un problema sólo si los números singulares tuviesen que ser concebidos como conceptos; pues en este caso una ecuación numérica pretendería expresar una igualdad de *conceptos*. El análisis lógico de los enunciados numéricos que efectúa Frege en las *GLA* conduce al resultado de que una indicación numérica *(Zahlangabe)* contiene un enunciado sobre un concepto (cf. *GLA*, §§ 46-48, 55, 57, 106). Frege se atuvo siempre a este principio, aun cuando llegó a considerar su programa logicista como definitivamente fracasado y proyectó una fundamentación geométrica de la aritmética, es decir una fundamentación basándose en la intuición (véase *NS*, p. 295, 298). Cierto es que este principio y en particular la afinidad entre enunciados numéricos cardinales y enunciados de existencia, subrayada por Frege (*GLA*, § 53), podrían favorecer la presunción de que él concebía a los números cardinales como propiedades de conceptos de primer grado. Sin

embargo, Frege rechaza esta presunción como infundada, caracterizando los números —mediante criterios gramaticales— como objetos independientes y reconocibles (véase *GLA*, pp. 58s., § 57; cf. *KS*, p. 110). Los *portadores* de esos objetos son conceptos, en vez de los cuales se pueden tomar también las extensiones correspondientes, como hace Frege en las *GGA* (cf. *KS*, pp. 180, 185; *WB*, pp. 111, 223; *GGA II*, p. 150). En contra de esta caracterización no habla el hecho de "que en el uso cotidiano del lenguaje, el número aparece también a modo de atributo" (*GLA*, p. 69), como, por ejemplo, en el enunciado "Júpiter tiene cuatro satélites". Se puede transformar este enunciado, así como la sinónima indicación numérica "Al concepto *satélite de Júpiter* corresponde el número 4", en el sinónimo enunciado de identidad "El número de los satélites de Júpiter = 4". Y sobre la base de la definición del número cardinal que corresponde al concepto *F* como la extensión del concepto (de segundo grado) *numéricamente igual al concepto F* una ecuación numérica de la forma "$A_x F(x) = A_x G(x)$" puede transponerse en una sinónima ecuación de extensiones conceptuales (de clases de equivalencia). El análisis de la indicación numérica "Al concepto *F* pertenece el número 0" que efectúa Frege en el § 57 de las *GLA* y mediante el cual intenta borrar la impresión de que él concibe a los números cardinales como conceptos de segundo grado carece de suficiente precisión. Pero en el marco de su teoría sobre las funciones, una indicación numérica puede interpretarse de tal manera que exprese el caer de un concepto de primer grado bajo un concepto de segundo grado (véase al respecto *NS*, p. 296). Del hecho de que el nombre propio "el número 0" aparece sólo como componente de la compleja expresión conceptual de segundo grado "el número 0 corresponde a..." se puede inferir que el 0 no puede ser una propiedad del concepto *F* (por ejemplo, del concepto $x \neq x$).

Resultado: La interpretación de los enunciados numéricos como enunciados sobre un concepto no engendra ningún dilema. Frege no "postula" cursos de valores para reemplazar un hablar ilícito acerca de una igualdad de funciones por una dicción lógicamente correcta y para dotar a los enunciados numéricos de una interpretación sólida.

La aclaración de la naturaleza de los cursos de valores ofrecida por Sluga resulta defectuosa al menos en dos aspectos. Primero: Contra la suposición de Sluga (p. 147), Frege no deriva su concepto del curso de valores del concepto de la verdad. Si bien es cierto que Frege caracteriza la lógica como "ciencia de las leyes más generales del *ser verdadero*" (*NS*, p. 139; cf. *GGA I*, pp. XV-XVIII; *KS*, pp. 342s.), él no deriva los cursos de valores del concepto de la verdad sino más bien de funciones (conceptos/relaciones). Los cursos de valores no pertenecen a la parte fundamental de la lógica, la cual trata sólo sobre conceptos, relaciones y los dos valores veritativos (véase *WB*, pp. 121s.). Ellos tienen su apoyo sólo en las funciones (los conceptos/las relaciones) y por esa razón tienen las últimas la prioridad lógica sobre sus cursos de valores (extensiones) (véase *KS*, p. 210; cf. *KS*, p. 130, nota 5; *NS*, p. 134). Frege considera como justificada la caracterización de los cursos de valores como objetos lógicos, particularmente a base del hecho de que los obtenemos (aprendemos) por medio de una *capacidad lógica específica:* a saber por medio de *abstracción* a partir de funciones. El paso de la abstracción, la trasposición en el axioma V, radica en el reconocimiento de lo común de dos funciones monádicas de primer grado, más específicamente: se efectúa de tal manera que a las funciones que toman el mismo valor funcional para cualquier argumento admisible se les asigna el mismo objeto, a saber el mismo curso de valores (véase *GGA II*, §§ 74, 146s.; *NS*, p. 198). Los conceptos, en contraposición a sus extensiones, nunca pueden obtenerse por medio de tal abstracción; pues esta consiste siempre en una transformación de una relación de equivalencia en una igualdad de *objetos* abstractos. (Véase en ese contexto la crítica de Frege a la concepción de que puede obtenerse un concepto sólo mediante abstracción de varios objetos, *GLA*, §§ 49, 51). Por consiguiente, no basta decir que un concepto se diferencia de su extensión sólo en que el concepto es incompleto mientras que su extensión es completa (p. 148). Segundo: Parece dudoso que Sluga haga justicia a la concepción fregeana cuando caracteriza una extensión conceptual como algo *en* lo cual se correlacionan argumentos con un valor de verdad, o respectivamente como algo compuesto de tales correlaciones (p. 147).

Según Sluga (p. 156), Frege tiene dos razones para suponer que la fórmula de transposición "$(\acute{\epsilon}\Phi(\epsilon)=\acute{\alpha}\Psi(\alpha)) = (\underset{\mathfrak{a}}{\smile}\Phi(\mathfrak{a})=\Psi(\mathfrak{a}))$", que sirve para la introducción de cursos de valores, puede eludir las objeciones que Frege considera acerca de la definición contextual "$A_x F(x)=A_x G(x):=Glz_x(F(x),G(x))$" del término numérico "$A_x F(x)$". La fórmula de transposición toma en notación moderna la forma siguiente: $\acute{\epsilon}\Phi(\epsilon)=\acute{\alpha}\Phi(\alpha) \equiv (x)(\Phi(x) \equiv \Psi(x))$; la abreviamos por "*(T)*" y la definición contextual por "*(C)*". 1. *(T)* es un axioma; 2. Frege espera poder mostrar que, en su sistema formal, *(T)* determina unívocamente los cursos de valores.

Para mostrar que Sluga desfigura "la verdadera situación" hay que considerar brevemente las tres dificultades que Frege expone acerca de *(C)* (la tercera se expone en forma categórica): (1) Si aquí no es definida la igualdad ya conocida en lugar de "$A_x F(x)$"; (2) si *(C)* no podría llevar a contradicciones con las leyes conocidas de la igualdad; (3) el medio de reconocimiento (y discernimiento) para los números cardinales que nos proporciona *(C)* no basta para cualquier caso, puesto que está ligado a ecuaciones de la forma "$A_x F(x) = A_x G(x)$". Es decir: no podemos decidir sobre la base de *(C)* si una ecuación "$A_x F(x) = q$" es verdadera o falsa, si el nombre "*q*" no tiene la forma de "$A_x F(x)$". (1) debe entenderse evidentemente como una posible objeción contra las definiciones contextuales en general. Frege no hace caso de este objeción, sin advertir que ella pone radicalmente en duda la legitimidad de *(C)*. *(C)* viola el principio definicional de la simplicidad del *definiendum* que Frege sólo establece en sus escritos posteriores (véase *GGA I*, § 33; *II*, § 66). La segunda dificultad puede disiparse haciendo constar que la igualdad de un objeto *a* con un objeto *b* —que Frege define en las *GLA* de acuerdo con Leibniz como sustitutividad mutua *salva veritate* de los términos correspondientes "a" y "b"— es, como la igualdad numérica, una relación de equivalencia y, por consiguiente, posee las propiedades de la reflexividad, simetría y transitividad. (Sluga (p. 126) no alcanza a discernir ambas objeciones). Frege se ve obligado a rechazar *(C)* como definición de "$A_x F(x)$" sólo a causa de la plausibilidad de la tercera objeción y así la reemplaza por la definición explícita ya mencionada. Ahora bien, al obtener el status de una *ley lógica básica*, *(T)* está inmunizada contra la primera objeción (cf. *GGA II*, § 146), pero queda expuesta a la tercera objeción del mismo modo que *(C)* (cf. *WB*, pp.

223s.). La segunda dificultad se suprime también, puesto que *(T)* regula el mutuo tránsito de un enunciado de igualdad en un enunciado de equivalencia (cf. *NS*, p. 197s.).

Frege no espera poder mostrar que en su sistema de teoría de los conjuntos (que incluye un cálculo axiomatizado bivalente de predicados de segundo orden con igualdad y descripción definida) *(T)* determina *unívocamente* los cursos de valores, y, por lo tanto, no hace ningún intento en esta dirección — contrariamente a la formulación sugestiva de Sluga (p. 167). Por el contrario, él muestra al comienzo del § 10 de las *GGA* en qué sentido *(T) no fija completamente* la Referencia de un nombre de curso de valores "$\acute{\epsilon}\Phi(\epsilon)$". Lo que Frege cree haber logrado positivamente al final del § 10 es precisamente lo siguiente: que *(T) junto con una estipulación suplementaria* garantiza la unívoca determinación de las Referencias de nombres de cursos de valores. (Frege evade totalmente la dificultad de que *(T)*, a pesar de que se caracteriza como axioma, debe fijar por lo menos en parte la Referencia de un nombre "$\acute{\epsilon}\Phi(\epsilon)$". Esto parece problemático, pues él subraya en otro contexto que la tarea de un axioma nunca puede radicar en la fijación de la Referencia de una expresión que ocurre en él. Al contrario, no puede contener ningún signo "cuyo Sentido y cuya Referencia o cuya contribución a la expresión del pensamiento no estuviera ya plenamente establecida, de modo que no haya duda respecto del Sentido, del pensamiento, expresado por él" (*WB*, pp. 62s.; cf. *KS*, pp. 262s.)).

(T) proporciona un medio para reconocer un curso de valores como siempre el mismo, si se nos da mediante un nombre de la forma "$\acute{\epsilon}\Phi(\epsilon)$". Pero no podemos decidir sobre la base de *(T)* si una ecuación "$\acute{\epsilon}\Phi(\epsilon)=\Delta$" se refiere a lo Verdadero o lo Falso si el nombre objetual "Δ" no tiene la forma sintáctica de "$\acute{\epsilon}\Phi(\epsilon)$", ni podemos siempre comprobar si un curso de valores dado tiene una propiedad dada, es decir, si cae bajo un concepto de primer grado, a menos que esté asegurado que aquella propiedad está conectada con una propiedad de la función correspondiente al curso de valores. La reflexión siguiente aclara esta situación (véase también la exposición de Sluga en p. 166): Supongamos que $X(\xi)$ es una función que aplica biunívocamente al conjunto *M* de cursos de valores (argumentos) sobre el conjunto *N* de valores funcionales. En este caso vale el mismo criterio de identidad tanto para los objetos designados por nombres de valores funcionales de la forma "$X(\acute{\epsilon}\Phi(\epsilon))$" como para los objetos designados por términos de cursos de valores, a saber la equivalencia general o extensional de las funciones $\Phi(\xi)$ y $\Psi(\xi)$. Bajo la previa suposición la ecuación "$(\acute{\epsilon}\Phi(\epsilon)=\acute{\alpha}\Psi(\alpha))=(X(\acute{\epsilon}\Phi(\epsilon))=X(\acute{\alpha}\Psi(\alpha)))$" es un nombre de lo Verdadero. De ella y *(T)* resulta inmediatamente que $(X(\acute{\epsilon}\Phi(\epsilon))=X(\acute{\alpha}\Psi(\alpha)))=(\underset{\mathfrak{a}}{\smile}\Phi(\mathfrak{a})=\Psi(\mathfrak{a}))$. Por consiguiente, *(T)* no determina de ningún modo completamente la Referencia de un nombre "$\acute{\epsilon}\Phi(\epsilon)$", por lo menos si hay una función biunívoca $X(\xi)$ de tal modo que al menos para un único curso de valores $\acute{\epsilon}\Phi(\epsilon)$, tomado como argumento, "$\acute{\epsilon}\Phi(\epsilon) = X(\acute{\epsilon}\Phi(\epsilon))$" se refiere a lo Falso. Frege propone evitar esta indeterminación estableciendo en la introducción de cada función de primer grado qué valores toma para cursos de valores como argumentos, lo mismo que para todos los restantes argumentos. Refiriéndose al *principium identitatis indiscernibilium* de Leibniz, Sluga observa en este contexto que esto significa también que tenemos que determinar el valor de verdad de "$\acute{\epsilon}\Phi(\epsilon)=q$" donde "*q*"

designa algo que no es un curso de valores; además, señala que este problema puede resolverse en el sistema formal de las *GGA* considerando que en él ocurren como objetos sólo los dos valores veritativos junto con cursos de valores. Estas observaciones y las explicaciones que siguen a ellas parecen contribuir poco a la elucidación de la complicada problemática del § 10.

(1) Si fuera cierto que, en la ecuación "$\acute{\varepsilon}\Phi(\varepsilon) = q$", "$q$" designa algo que no es un curso de valores, su valor de verdad estaría ya determinado; sería lo Falso. La dificultad con la que Frege se ve confrontado debe formularse más bien en los términos siguientes: Se trata de averiguar qué valor toma la relación $\xi = \zeta$ colocando en uno de los dos lugares argumentales de "$\xi = \zeta$" un nombre de un curso de valores y en el otro un nombre de lo Verdadero (respectivamente de lo Falso) que no tiene la forma de "$\acute{\varepsilon}\Phi(\varepsilon)$". Pero la cuestión de si lo Verdadero o lo Falso es idéntico a un curso de valores no se puede decidir por medio de *(T)*. Frege salva *esta* dificultad mediante una estipulación suplementaria. En el § 10 demuestra que se puede estipular, sin contradecir *(T)*, que el curso de valores de cualquier función monádica (de primer grado) debe ser lo Verdadero y que el curso de valores de cualquier otra función monádica (de primer grado), que no sea extensionalmente equivalente a la primera, debe ser lo Falso. Frege fija que el curso de valores $\acute{\varepsilon}(-\varepsilon)$ debe ser idéntico a lo Verdadero y el curso de valores $\acute{\varepsilon}(\varepsilon = \top\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!-\mathfrak{a} = \mathfrak{a})$ idéntico a lo Falso. $\acute{\varepsilon}(-\varepsilon)$ es el curso de valores de la función $-\xi$, que es un concepto bajo el cual sólo cae lo Verdadero; $\acute{\varepsilon}(\varepsilon = \top\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!-\mathfrak{a} = \mathfrak{a})$ es el curso de valores de la función $\xi = \top\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!-\mathfrak{a} = \mathfrak{a}$ que es un concepto bajo el cual sólo cae lo Falso. Por consiguiente, se identifican los dos valores veritativos respectivamente con la extensión de un concepto bajo el cual caen ellos mismos como único objeto (véase al respecto *WB*, p. 219).

En vista del hecho de que en su artículo "Kritische Beleuchtung einiger Punkte in E. Schröders Vorlesungen über die Algebra der Logik" Frege rechaza como insostenible la identificación que establece Schröder entre un individuo y la clase, a la que aquél pertenece como único individuo, la estipulación en el § 10, no hecha por casualidad, debe causar asombro. Ahí, Frege argumenta del modo siguiente (cf. *KS*, pp. 201s.): Sea P una clase que contiene, entre otros elementos, los dos diversos individuos a y b; sea Q una clase a la que pertenece P como único elemento. Ahora bien, si la concepción de Schröder de que una clase unitaria es idéntica a su elemento fuese correcta, entonces Q coincidiría con P y, en consecuencia, a y b serían igualmente elementos de Q. Pero considerando que Q contiene P como único elemento, debería valer $a = P$ así como $b = P$, y, por lo tanto, $a = b$ en contra de la premisa $a \neq b$]

Sea como fuere la legitimidad de la identificación de lo Verdadero y de lo Falso con su clase unitaria, la demostración aducida por Frege en la segunda nota al pie del § 10 de que no se la puede generalizar hasta el extremo de que *cualquier* objeto sea identificado con la extensión de un concepto bajo el cual caiga aquél como único objeto parece completamente evidente de todos modos. Esta demostración se basa en la idea de que la manera de ser dado un objeto no puede considerarse una propiedad suya inalterable, en cuanto que el mismo objeto puede darse de diferentes maneras, es decir, puede designarse mediante nombres propios de tipos diferentes (cf. al respecto *GLA*, § 67, pero también *WB*, p. 225). Así, en el cálculo lógico de las *GGA* se puede

designar, por ejemplo, la extensión del concepto $-\xi$ mediante nombres de cursos de valores (digamos mediante "$\acute{\varepsilon}(\varepsilon = (\varepsilon = \varepsilon))$"; el concepto perteneciente $\xi = (\xi = \xi)$ tiene la misma extensión que $-\xi$); con ayuda de descripciones definidas *(Kennzeichnungsterme)* (digamos con ayuda de "$\backslash\acute{\varepsilon}(-\varepsilon)$"; $-\xi$ es un concepto bajo el cual cae unívocamente un objeto, a saber lo Verdadero, y conforme a la introducción de la función $\backslash\xi$, "$\backslash\acute{\varepsilon}(-\varepsilon)$" entonces refiere a lo Verdadero; pero según la estipulación en el § 10 lo Verdadero es idéntico a $\acute{\varepsilon}(-\varepsilon))$, o también por medio de nombres de valores veritativos (digamos por medio de "$\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!-\mathfrak{a} = \mathfrak{a}$"). Para evitar un posible malentendido tengo que subrayar que interpreto los últimos como nombres de valores de *conceptos* o *relaciones*, es decir como nombres objetuales que tienen la estructura sintáctica de proposiciones. Cierto es que que "$\acute{\varepsilon}(\varepsilon = (\varepsilon = \varepsilon))$" y "$\backslash\acute{\varepsilon}(-\varepsilon)$" son junto con "$\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!-\mathfrak{a} = \mathfrak{a}$" nombres propios de lo Verdadero, pero no son proposiciones.

(2) Nada indica en el § 10 que Frege se dejara guiar por el principio de la identidad de los indiscernibles al proponer una solución de las dificultades discutidas arriba. Y nada contiene la inconstante e incompleta exposición de Sluga que sirva como punto de apoyo para esclarecer la cuestión de cuál podría ser el papel de este principio en el contexto de las reflexiones del § 10. Si "a" y "b" son dos constantes individuales, entonces según el principio leibniziano a es idéntico a b si cualquier predicado (monádico) que se aplica a a también se aplica a b y viceversa, en símbolos: $(f)(f(a) \equiv f(b)) \supset (a = b)$ (véase al respecto *NS*, p. 131). Ahora bien, como Sluga, luego de mencionar este principio, observa que "to uniquely determine for every function what the value of that function is for a given value-range" (p. 166), no parece razonable que a la vez opine lo siguiente: que Frege se inclina a evitar la indeterminación explicada al comienzo del § 10 sustituyendo el criterio de identidad para los cursos de valores, ligado a ecuaciones de la forma "$\acute{\varepsilon}\Phi(\varepsilon) = \acute{\alpha}\Psi(\alpha)$", por el criterio más general "coincidencia en toda propiedad", a saber por $(f)(f(\acute{\varepsilon}\Phi(\varepsilon)) \equiv f(\acute{\alpha}\Psi(\alpha)))$ para $\acute{\varepsilon}\Phi(\varepsilon)$ y $\acute{\alpha}\Psi(\alpha)$ y por $(f)(f(\varepsilon\Phi(\varepsilon)) \equiv f(\Delta))$ para $\acute{\varepsilon}\Phi(\varepsilon)$ y Δ. Pues entonces se volvería plenamente ininteligible por qué se debe determinar también y en particular el valor de la relación de igualdad para cursos de valores y los dos valores de verdad como argumentos. ¿Pero qué importancia atribuye entonces Sluga al principio leibniziano de la identidad de los indiscernibles en la argumentación de Frege?

En vez de hacer conjeturas estériles sobre su recóndito propósito interpretativo parece más conveniente aclarar el papel clave que juega la determinación de los valores de la función primitiva $\xi = \zeta$ para cursos de valores y valores veritativos como argumentos en el procedimiento de completa fijación de las Referencias de los nombres de cursos de valores que propone Frege. Ello existe aun independientemente del hecho de que para una de las cuatro restantes funciones de primer grado, a saber para $\top\xi$ la determinación de los valores funcionales exigida resulta innecesaria y de que la función primitiva $-\xi$ puede reducirse a la función de igualdad. Los valores de $\xi = \zeta$ para cursos de valores como argumentos, en tanto que estén designados por un nombre como "$\acute{\varepsilon}\Phi(\varepsilon)$", están plenamente determinados por *(T)*. Y el valor de verdad de cualquier enunciado de igualdad que tiene la forma "$\acute{\varepsilon}\Phi(\varepsilon) = \Delta$" —donde "$\Delta$" representa algún nombre de un valor veritativo generado conforme a las reglas de formación del sistema formal— está unívocamente fijado mediante la identificación de lo Verdadero y lo Falso con su respectiva clase unitaria y *(T)*. Un ejemplo puede ilustrar esto. Supongamos que queremos determinar el valor de $\xi = \zeta$ para el curso de valores $\acute{\varepsilon}(\top\!\!-\varepsilon)$ (=extensión del concepto $\top\!\!-\xi$ bajo el cual caen todos los objetos con la única excepción de lo Verdadero) y el valor veritativo $-\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!-\mathfrak{a}$ como argumentos. Sabemos sobre la base de las aclaraciones de las dos funciones lógicamente simples $-\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!-\Phi(\mathfrak{a})$ (cf. *GGA I,* § 8) y $-\xi$ que el nombre de valor de verdad "$-\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!-\mathfrak{a}$" —formado mediante una aplicación de la regla de colocación— refiere a lo Falso. Apelando a la estipulación suplementaria podemos sustituir "$-\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!-\mathfrak{a}$" por "$\acute{\varepsilon}(\varepsilon = \top\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!-\mathfrak{a} = \mathfrak{a})$" en la ecuación "$\acute{\varepsilon}(\top\!\!-\varepsilon) = -\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!-\mathfrak{a}$" y el valor veritativo de la ecuación resultante de cursos de valores "$\acute{\varepsilon}(\top\!\!-\varepsilon) = \acute{\varepsilon}(\varepsilon = \top\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!-\mathfrak{a} = \mathfrak{a})$" es determinado por *(T)*. La última es un nombre de lo Falso puesto que no cualquier objeto que se subsume bajo el concepto $\top\!\!-\xi$ se subsume también bajo el concepto $\xi = \top\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!-\mathfrak{a} = \mathfrak{a}$. Pero la fijación del valor veritativo de ecuaciones de curso de valores por una parte y de proposiciones de reconocimiento *(Wiedererkennungssätze)* de la forma "$\acute{\varepsilon}\Phi(\varepsilon) = \Delta$" por otra parte, garantiza que el valor funcional de cualquier otra función primitiva de primer grado es determinado conforme a su introducción (aclaración) para cursos de valores como argumentos. Esto se puede mostrar fácilmente mediante el ejemplo de la función diádica primitiva $\begin{array}{l}\top\!\!-\xi\\ \llcorner\,\zeta\end{array}$ introducida por Frege en el § 12 de las *GGA* que no puede reducirse totalmente a ninguna otra función primitiva de primer grado. ¿Qué valor toma ella si se elige como su argumento ζ la clase unitaria $\acute{\varepsilon}(-\varepsilon)$ y como su argumento ξ la clase universal $\acute{\varepsilon}(\varepsilon = \varepsilon)$? Según su aclaración, lo Falso si $\acute{\varepsilon}(-\varepsilon)$ es lo Verdadero y $\acute{\varepsilon}(\varepsilon = \varepsilon)$ no es lo Verdadero; lo Verdadero en todos los demás casos. $\acute{\varepsilon}(-\varepsilon)$ es lo Verdadero en virtud de la estipulación suplementaria y $\acute{\varepsilon}(-\varepsilon) = \acute{\varepsilon}(\varepsilon = \varepsilon)$ es lo Falso sobre la base de *(T)*. Puesto que $\acute{\varepsilon}(\varepsilon = \varepsilon)$ no coincide con lo Verdadero la relación $\begin{array}{l}\top\!\!-\xi\\ \llcorner\,\zeta\end{array}$ toma lo Falso como valor si el argumento ζ es $\acute{\varepsilon}(-\varepsilon)$ y el argumento ξ es $\acute{\varepsilon}(\varepsilon = \varepsilon)$. (Si cada curso de valores fuese diferente de lo Verdadero, su valor para cualesquiera cursos de valores como argumentos sería lo Verdadero). Por esta razón, Frege puede sostener que en virtud de la explicación de esta función y las estipulaciones previas son determinados sus valores para cursos de valores como argumentos. Ciertamente, en este contexto se plantea la cuestión de si la suposición fregeana de que basta determinar el valor de la función de igualdad para los valores veritativos salvo los cursos de valores está suficientemente fundada. Y junto con ella, se plantea la cuestión de si Frege consigue en las *GGA* fijar *completamente* las Referencias de los nombres de cursos de valores y así justificar su uso en el lenguaje formalizado de su cálculo lógico. Con esto pasemos al tercero y último punto.

(3) Sluga no establece ninguna *conexión* entre ambas cuestiones. El se limita a discutir la última sólo desde el punto de vista de la antinomia que Russell había descubierto en el sistema de las *GGA* (pp. 167s.). En cambio, quisiera mostrar que la suposición de Frege no parece suficientemente fundada y que, ya por esta razón, no logra —como se proponía— determinar completamente las Referencias de los nombres de cursos de valores.

Frege subraya expresamente en el § 2 de las *GGA* que el ámbito de lo que puede tomarse como argumento (de primer tipo) debe extenderse a todos los

objetos. De conformidad con esto, él *aclara* las funciones lógicamente simples de primer grado para todo argumento apropiado, es decir, para un dominio de objetos ilimitado, y *define* ciertas funciones lógicamente compuestas de primer grado como, por ejemplo, la relación entre elemento y conjunto $\xi \frown \zeta$ (llamada por él "relación del caer de un objeto en una extensión conceptual" o también "relación-subter") conforme a su principio definicional de la completitud (véase *GGA I,* § 33; *II,* §§ 56ss.) para "todos los objetos posibles como argumentos" *(GGA* I, § 34). Finalmente, hay que señalar que las variables individuales libres "a", "b", ..., usadas en el sistema de las *GGA* tienen la tarea de indicar *objetos en general* y no objetos de un dominio rígidamente delimitado (véase *GGA II,* p. 78). Así causa sorpresa que Frege efectúe la determinación de los valores funcionales de $\xi = \zeta$, exigida en primer lugar para cursos de valores "lo mismo que para todos los restantes argumentos" (*GGA I,* p. 16), realmente sólo para los dos valores veritativos junto con los cursos de valores. Como única razón de esta limitación él nos indica que hasta el § 10 de las *GGA* no se introducen ningunos otros objetos. Claro está que en este lugar Frege parece saber perfectamente lo siguiente: Si la fundamentación lógica de la aritmética y del análisis exigiera la introducción de una nueva clase de objetos junto con una nueva categoría de nombres para designarlos —por ejemplo, de tal manera que se agregase al concepto de generalidad de segundo grado $-\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!-\varphi(\mathfrak{a})$ y a la función de curso de valores $\acute{\varepsilon}\varphi(\varepsilon)$ una tercera función monádica primitiva de segundo grado mediante la estipulación de que para todas las funciones monádicas de primer grado como argumentos su valor debe ser siempre un objeto del nuevo tercer tipo —se debería completar la estipulación hecha en el § 10 con una cláusula adicional que garantizara la determinación unívoca del valor de verdad de cada ecuación con un nombre de curso de valores por un lado y un nombre propio de la nueva categoría por otro lado (cf. respecto de esta reflexión *WB,* p. 225).

Ahora bien, el dominio de valores de las funciones del sistema de las *GGA* plenamente desarrollado consta, efectivamente, sólo de los dos valores veritativos y los cursos de valores. Junto a los cursos de valores de funciones monádicas de primer grado, los "simples" cursos de valores, Frege introduce aun, en el § 36 de las *GGA,* cursos de valores de funciones diádicas de primer grado, los llamados dobles cursos de valores. Si la función diádica es una relación *(Beziehung)* dice en lugar de "doble curso de valores" también "extensión de una relación$_1$" ("Umfang einer Beziehung") o más brevemente en las *GGA II* "relación$_2$" ("Relation"). Lo Verdadero y lo Falso como los únicos valores de conceptos y relaciones, los "simples" cursos de valores como los únicos valores de la función primitiva de segundo grado $\acute{\varepsilon}\varphi(\varepsilon)$ así como dobles cursos de valores como los valores exclusivos de la función de primer grado $\succ\xi$, introducida por definición (véase *GGA I,* § 38), y como valores de ciertas otras funciones de primer grado para ciertos argumentos (véase *GGA I,* §§ 45s.) son conjuntamente los únicos argumentos de primer tipo que aparecen en el sistema de las *GGA*. Frege define los números cardinales como clases de equivalencia en las *GGA I* y los números reales como relaciones$_2$ *de* relaciones$_2$ (*Relationen* von *Relationen*) en las *GGA II* (véase §§ 162ss.); y la existencia de objetos que no pueden designarse por nombres de valores funcionales conceptográficos bien formados no es exigida por los axiomas del sistema. Si, en este contexto, se toma en cuenta la observación que hace Frege al final del § 9 de las *GGA*, a saber que al introducir la notación para cursos de valores se amplía, al mismo tiempo, el círculo de lo que *puede* aparecer como argumento de una función de primer grado, surge la conjetura siguiente: Frege considera como suficiente la determinación de los valores de la función $\xi = \zeta$ sólo para cursos de valores y valores de verdad como argumentos porque su sistema lógico formulado en la conceptografía no contiene ningún medio de expresión y no debe contener ninguno para designar otros objetos. Pero en contra de esta limitación ya habla el hecho de que Frege toma por base de su sistema un dominio de objetos ilimitado. La concebible alusión a la circunstancia de que no se introducen en el sistema de la teoría de conjuntos de las *GGA* objetos como la luna o la torre inclinada de Pisa, o de que en el lenguaje artificial de precisión del sistema no puede formarse ningún nombre para tales objetos (espacio-temporales), no mina la legitimidad de la cuestión de si un curso de valores dado sea idéntico a la luna o a la torre inclinada de Pisa. Puesto que no estamos en condiciones de decidir dicha cuestión con ayuda de la estipulación suplementaria en el § 10 obtenemos un resultado negativo: Esta estipulación junto con *(T)* no puede garantizar *ninguna determinación completa* de las Referencias de términos de cursos de valores.

Si se busca solucionar el problema de indeterminación originario así agravado se encuentran ante todo dos posibilidades. Primero: se podría fijar explícitamente que cualquier objeto no dado como curso de valores debe ser diferente de cualquier curso de valores. Segundo: se podría identificar cualquier objeto con la extensión de un concepto bajo el cual caiga aquél como único objeto. Para Frege ambas posibilidades se excluyen por la misma razón. Resultan incompatibles con su profunda convicción de que la manera de ser dado un objeto no pertenece a sus propiedades invariables. Sin embargo, no parece vislumbrarse una solución satisfactoria de este problema con sus principios filosóficos y lógicos.

Universität Regensburg