

LAS FÓRMULAS NUMÉRICAS KANTIANAS Y EL PROBLEMA DE SU PRECISIÓN JUDICATIVA

ÁLVARO LÓPEZ FERNÁNDEZ

Acerca de los enunciados de identidad y de los nombres que figuran en ellos: Las metas de la presente investigación

En la primera oración de su famoso ensayo de 1892, "Sobre el sentido y la denotación" escribe Frege que "La igualdad da lugar a problemas que incitan a la reflexión y que no son muy fáciles de resolver", con lo que pasa a preguntar por el tipo de relación que ésta expresa.¹ Es característico de enunciados de identidad tales como "Aristóteles es (=) el discípulo más destacado de Platón", y "Tulio es (=) Cicerón" que figuren en ellos nombres propios. Sin embargo, no hay acuerdo entre los teóricos respecto a la determinación de la naturaleza de los nombres propios, particularmente en lo que se refiere a si éstos tienen o no connotación. Obviamente una determinación en un sentido u otro afectará el modo como se piensa la naturaleza de enunciados de identidad de los tipos recién referidos. Es conocido que J. S. Mill² y S. Kripke³ niegan, mientras que G. Frege⁴ y B. Russell⁵ afirman que los nombres propios tienen connotación.

¹ "Über Sinn und Bedeutung", *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik*, vol. 100 (1892); traducción española, "Sobre el sentido y la denotación", en Thomas Moro Simpson, *Semántica filosófica: problemas y discusiones*, Buenos Aires, Madrid, 1973; traducción de Eduardo Rabossi y Eugenio Bulygin.

² J. S. Mill, *A System of Logic*, 1843, Libro I, capítulo 2, particularmente la sección 5.

³ Véase Saul Kripke, *Naming and Necessity*, (1972), Oxford, 1980.

⁴ Frege 1892.

En la referida obra de 1843, Mill distingue entre la connotación y la denotación de un término. La denotación de un término, por ejemplo, 'árbol' se refiere a todos los individuos (árboles concretos) de los cuales el término se predica correctamente: éste árbol aquí, aquél allá, ese otro entremedio y así sucesivamente. Por otro lado, la connotación de un término consiste, según Mill, en los atributos por medio de los cuales se define, como, por ejemplo, tomando una definición cualquiera de un diccionario a la mano, definir los pinos como "plantas coníferas abietáceas, casi todas arbóreas, con flores masculinas y femeninas en ramas distintas, y fruto en piña".⁶ Según Mill, la connotación de un término determina su denotación, y es el significado del término. Los nombres propios, como 'María' tienen denotación, pero no connotación, ya que ningún atributo define a 'María'.

Entre los autores que han asumido una posición expresa respecto al problema de si los nombres propios tienen o no connotación cabe destacar a J. R. Searle⁷ y a Kripke. Éste último comienza destacando algunas tesis medulares de J. S. Mill. De acuerdo a Mill son *nombres* aquellos predicados como "vacas", las descripciones definidas y los nombres propios. Los nombres singulares son connotativos, si son descripciones definidas; no connotativos, si son nombres propios. Según Mill, *todos* los nombres 'generales' son connotativos, así, por ejemplo, 'ser humano' se define como la conjunción de ciertas propiedades que proveen condiciones necesarias y suficientes para la humanidad: racionalidad, animalidad y ciertos rasgos (*features*) físicos.⁸

Según Frege y Russell, Mill se equivocó respecto a los nombres singulares, si bien estuvo en lo correcto respecto a los nombres generales. La filosofía más reciente ha coincidido en lo esencial con ellos, si bien ha reemplazado, tanto en el caso de los nombres propios, como en el caso de los términos de géneros naturales (*natural kinds terms*), la noción de

⁵ Bertrand Russell, "The Philosophy of Logical Atomism", pp. 200-201, en *Logic and Knowledge*, del mismo autor, Londres, 1956.

⁶ *Diccionario manual ilustrado de la lengua española Vox/Puerto Rico*, Barcelona; San Juan, 1979⁵ (1954), pp. 868-9.

⁷ Véase John R. Searle, "Proper Names", publicado, por primera vez en *Mind* 67 (1958), pp. 166-173, y "Proper Names and Descriptions," en Paul Edwards (editor), *The Encyclopedia of Philosophy*, (1967), 1972 (reimpresión) volumen 6, pp. 487-491. El primer ensayo se incluye también en Peter Ludlow (editor), *Readings in the Philosophy of Language*, Londres, 1997, pp. 585-592.

⁸ Kripke 1972, p. 127.

propiedades que definen por la de un conglomerado de propiedades, sólo algunas de las cuales deben satisfacerse en cada caso particular.⁹ Kripke difiere de Frege y Russell, y considera a Mill más o menos en lo correcto por lo que se refiere a los nombres 'singulares,' si bien considera que se ha equivocado respecto a los nombres generales. Quizá algunos nombres generales ('amarillo,' 'gordo') expresan propiedades, no así nombres generales como 'vaca' y 'tigre'. 'Vaca' y 'tigre' no son abreviaturas de aquella conjunción de propiedades que toma un diccionario para definir estos nombres. La ciencia puede descubrir empíricamente que ciertas propiedades son *necesarias* de las vacas o los tigres.¹⁰

Según Searle, hay argumentos en favor de la tesis que sostiene que los nombres propios carecen de sentido. Éstos no parecen ser equivalentes a las descripciones definidas, habida cuenta que llamar a un objeto por su nombre no es equivalente a definirlo. Nombrar es, según Searle, una preparación para describir, no un tipo de descripción. Por lo demás, carecemos de definiciones de la mayoría de los nombres propios. El diccionario se limita a ofrecer enunciados que se refieren a cuestiones de hecho, y que, en tanto tales, tienen un carácter contingente, por limitarse a describir el objeto al cual se refiere el nombre. Las descripciones no son, pues, equivalentes definicionales del nombre, por ser contingentemente verdaderas del portador del nombre. Estas ventajas de la posición que sostiene que los nombres propios carecen de connotación se ve reforzada por las dificultades vinculadas a la tesis de que los nombres propios son connotativos. Según Searle, si tratamos de presentar una descripción completa de un objeto como el sentido de un nombre, se siguen consecuencias extrañas, como las siguientes: todo enunciado verdadero sobre el objeto que usa el nombre propio como sujeto sería analítica y cualquier enunciado falso sería contradictorio. El significado del nombre cambiaría cada vez que cambiara el objeto y el mismo nombre tendría diversos significados para las diferentes personas que lo utilizaran.¹¹

Ahora bien, la tesis que sostiene que los nombres propios carecen de connotación no está ella misma exenta de dificultades. Según Searle, si los enunciados en que figuran nombres propios y que tienen la forma "*a* es idéntico a *b*" se construyen como enunciados que son únicamente del

⁹ Kripke 1972, p. 127.

¹⁰ Kripke 1972, p.127-128.

¹¹ Los argumentos presentados contenidos en Searle 1967, p. 488.

referente de los nombres, entonces parecerían ser *triviales*, ya que se limitarían a decir que un objeto es idéntico consigo mismo. Si, por otro lado, construimos tales enunciados como dando información sobre nombres, entonces deben ser *arbitrarios*, ya que podemos asignar el nombre que queramos a un objeto. Por otro lado, la tesis de que los nombres propios carecen de connotación no podría dar cuenta, según Searle, de la ocurrencia de nombres propios en enunciados de identidad de carácter informativo, ni de la ocurrencia de los mismos en enunciados de existencia. La ocurrencia de nombres propios en enunciados existenciales plantea, según Searle, una grave dificultad para los teóricos que sostienen que los nombres propios carecen de sentido. Un enunciado existencial afirmativo no se refiere a un objeto del cual enuncie que exista, sino que expresa, más bien, un concepto y enuncia que dicho concepto está instanciado. Si un nombre propio ocurre en un enunciado existencial, parece que tiene que tener algún contenido conceptual o descriptivo, lo que parece dar la razón a Frege, en la medida en que pueda identificarse el mencionado contenido descriptivo con el sentido del nombre propio.¹²

Searle adopta una posición de compromiso entre las posiciones de Mill y Frege. Mill habría tenido razón al sostener que los nombres propios no implican ninguna descripción particular, al pensar que no tienen definiciones, si bien Frege estuvo en lo correcto al asumir que cualquier término singular tiene que tener un modo de presentación, y con ello, en cierto modo un sentido. Frege se equivocó, sin embargo, al sostener que la descripción identificadora podría tomarse por el nombre, como la definición del mismo.¹³

No entraré aquí en la consideración crítica de los argumentos presentados en contra de las posiciones antagónicas consideradas, así como tampoco, en la evaluación de la posición de compromiso de Searle, ya que ello requeriría el espacio de un ensayo separado. Este trabajo se concentra, más bien, en la consideración de un cierto tipo de enunciado de identidad que trataré de precisar en lo que sigue y comparar con los dos tipos de enunciados a los que he hecho referencia al comienzo de este ensayo. Examinaré si el mismo constituye, como los otros dos, un enunciado de identidad en que figuren como sujeto singularidades, si en

¹² Searle 1967, p. 488.

¹³ Searle 1967, p. 490.

el mismo figuran nombres propios y, en caso de que ello sea así, si éstos tienen o no tienen connotación.

Es conocido que Kant incluye la fórmula numérica " $7 + 5 = 12$ " como un ejemplo de juicio sintético *a priori* de la aritmética (CRP B 15-6). Examino, en lo que sigue, la índole de la igualdad que se expresa en las fórmulas numéricas kantianas comparativamente a igualdades del tipo "Aristóteles es (=) el discípulo más destacado de Platón", y "Tulio es (=) Cicerón". Kripke se ha ocupado parcialmente del tema y ha distinguido, en *Naming and Necessity*, entre los dos últimos tipos de igualdad. Kripke ha partido, como he señalado, en su análisis, del supuesto, coincidiendo en ello con Mill, y distanciándose de Frege y Russell, de que los nombres propios carecen de connotación. Kripke no se ocupa, en la mencionada obra, de la naturaleza de la igualdad que se expresa en las fórmulas numéricas, por ejemplo, de si en éstas figuran nombres propios, como *prima facie* parece ser el caso, y del problema de si dichas fórmulas pueden asimilarse o no a alguno de los dos tipos de igualdad mencionados.

Introduciré, más adelante, el concepto de las fórmulas numéricas kantianas, destacando el carácter peculiar que exhiben comparativamente a otros juicios sintéticos *a priori*. Haré referencia a la tesis de Neri Castañeda¹⁴ de que las fórmulas numéricas kantianas son proposiciones singulares de carácter sintético, muy cercanas en su naturaleza a las descripciones de nombres propios. De ser ello correcto –Kant nada ha dicho expresamente sobre el particular– se seguiría una estrecha cercanía conceptual entre las fórmulas numéricas kantianas y enunciados del mencionado tipo de "Aristóteles es (=) el discípulo más destacado de Platón". Sostendré, frente a dicha tesis, que hay diferencias fundamentales entre ambos tipos de enunciados. Por lo demás, para que la asimilación propuesta sea viable tendría que poder mantenerse la tesis de que los numerales que figuran en las fórmulas numéricas son nombres propios. Una manera de poder atacar este problema consiste en precisar los rasgos esenciales de los nombres propios y determinar, a la luz de los mismos, si los nombres de números (numerales) los poseen o no.

Por lo que concierne a la posibilidad de determinar tales rasgos, hemos visto que no hay acuerdo respecto a una cosa tan fundamental como si los nombres propios poseen o no connotación. Si se pudiera decidir claramente en favor de alguno de los dos partidos, entonces la posi-

¹⁴ Héctor Neri Castañeda, "' $7 + 5 = 12$ ' As a Synthetic Proposition". *Philosophy and Phenomenological Research*, Volume XXI, No. 2, December 1960.

bilidad de que los numerales pudieran valer o no como nombres propios dependerá de si tanto ellos como los nombres propios en general tienen o no connotación. De tener Mill y Kripke razón, y, en segundo lugar, de tener los nombres de números connotación, como sostengo que la tienen, entonces éstos *no* podrían ser nombres propios; de tener razón Frege y Russell ello no sería impedimento para que pudieran serlo.

Ahora bien, puede alegarse que el criterio decisivo para determinar si un nombre es propio o no radica, no en si tiene o no tiene connotación, sino en si denota o no a un objeto singular. Ello me ha de llevar a tratar el tema de la connotación y denotación en las fórmulas numéricas kantianas. Comoquiera que ello sea, sostengo que de la posición de Mill y Kripke, que favorezco, de que los nombres propios carecen de connotación, se sigue que los numerales no pueden valer como nombres propios, lo que lleva a preguntar qué tipo de nombres son. Alegaré que lo que denotan las fórmulas numéricas no es tampoco algo que quepa caracterizar, desde una perspectiva kantiana, como singular, y, mucho menos, en el sentido en que hablamos de 'Aristóteles' como un 'singular,' por lo que tampoco conforme a su denotación los numerales que figuran en las fórmulas numéricas pueden caracterizarse como nombres propios.

La pregunta obligada es qué tipo de nombres son los numerales y cuál es el alcance (ya que no es singular) de su denotación. Ello requiere tener presente la manera cómo Kant concibe, en general, la naturaleza de los números.¹⁵ Finalmente estableceré algunas diferencias sobresalientes entre los distintos tipos de igualdad considerados.

Un primer acercamiento al concepto de las fórmulas numéricas kantianas

Kant sostiene, en la *Crítica de la razón pura* (CRP), que la necesidad y la universalidad estricta son criterios que "se hallan inseparablemente ligados entre sí", y que "cada uno [. . .] es por sí solo infalible", pero,

¹⁵ Según Parsons, no encontramos en la filosofía de Kant algo así como una teoría articulada de los objetos matemáticos, por lo que la asignación investigativa propuesta parece ser, a primera vista, poco prometedora. Véase Charles Parsons, "Kant's Philosophy of Arithmetic", publicado por primera vez en Sidney Morgenbesser, Patrick Suppes y Morton White (editores), *Philosophy, Science and Method: Essays in Honor of Ernest Nagel*, 1969 y reimpresso, con un apéndice, en C. J. Posy (editor), *Kant's Philosophy of Mathematics*, Dordrecht, Boston y Londres, 1992, p. 73. Véase también, del mismo autor, "Arithmetic and the Categories". *Topoi*, volumen 3, 1984, igualmente reimpresso en la obra, arriba citada, editada por C. J. Posy, p. 136.

también, explícitamente, que cuando “un juicio [. . .] posee esencialmente universalidad estricta”, ésta “apunta a una especial fuente de conocimiento, es decir, a una facultad de conocimiento *a priori*”. A continuación todo el pasaje:

La universalidad empírica no es, pues, más que una arbitraria extensión de la validez: se pasa de la validez en la mayoría de los casos a la validez en todos los casos, como ocurre, por ejemplo, en la proposición ‘Todos los cuerpos son pesados’. Por el contrario, en un juicio que posee esencialmente universalidad estricta ésta apunta a una especial fuente de conocimiento, es decir, a una facultad de conocimiento *a priori*. Necesidad y universalidad estricta son, pues, criterios seguros del conocimiento *a priori* y se hallan inseparablemente ligados entre sí. Pero dado que en su aplicación es, de vez en cuando, más fácil señalar la limitación empírica de los juicios que su contingencia, o dado que a veces es más conveniente mostrar la ilimitada universalidad que atribuimos a un juicio que la necesidad del mismo, es aconsejable servirse por separado de ambos criterios, cada uno de los cuales es por sí solo infalible. (CRP B 4)¹⁶

Pese al pasaje citado, es también cierto que Kant afirma expresamente la existencia de juicios que si bien son necesarios no son, sin embargo, universales. Esta tesis central, ya presente en la primera edición de la CRP, permanece en la segunda edición de la misma,¹⁷ no obstante la tesis de CRP B 4, añadida por Kant, como texto nuevo, en la Introducción a la CRP. Ella es evidentemente incompatible con la tesis de CRP B 4, lo que obliga a una rectificación de la misma, por lo menos, si se mantiene como bueno el señalamiento de Kant de que hay juicios apodícticos no universales. De acuerdo con la primera tesis los juicios que son estrictamente universales son, al mismo tiempo, juicios necesarios, de modo que hay casos en los que necesidad y universalidad estricta son efectivamente inseparables. Pero ello no implica, en modo alguno, que todos los juicios necesarios tengan que ser universales, ya que, según Kant reconoce expresamente, hay juicios necesarios que no son universales. Kant ofrece como ejemplo de tales juicios las así llamadas fórmulas numéricas. Dicho de otra manera, y considerando el pasaje de CRP A 164, B 205, es preciso limitar la tesis kantiana de la intercambiabilidad de los criterios señalados: todos los juicios estrictamente universales son nece-

¹⁶ Véase I. Kant, *Crítica de la razón pura*. Traducción de Pedro Ribas, Madrid 1988⁶, pp. 43-44.

¹⁷ CRP A 164, B 205.

sarios, pero no todos los juicios necesarios son necesariamente universales.

Un buen ejemplo de este tipo de juicios lo constituye el famoso de " $7 + 5 = 12$ ", que Kant caracteriza expresamente como juicio sintético *a priori*.

Las proposiciones evidentes de la relación numérica son, en cambio, sintéticas, pero no universales como las de la geometría, y por ello precisamente no podemos llamarlas tampoco axiomas, sino fórmulas numéricas (CRP A 164, B 205).¹⁸

Como he indicado, Neri Castañeda describe este tipo de juicios como proposiciones singulares de carácter sintético, muy cercanos en su naturaleza a las descripciones de los nombres propios. Los juicios de la aritmética tienen, en Kant, un carácter singular y contrastan, en este sentido, con los de la geometría, que son universales. De ser correcta la inclusión de los juicios de la aritmética entre los que Kant denomina simbólicos o característicos,¹⁹ se daría una diferencia esencial entre éstos y los geométricos u ostensivos, en el sentido de que los primeros son singulares y los segundos universales, si bien ambos tendrían un carácter apodíctico. La universalidad estricta de los juicios de la geometría no puede garantizarse con base en la experiencia, que, como hemos visto en el pasaje arriba citado, lo más que puede avalar es una universalidad simplemente supuesta o comparativa (inducción).²⁰

Si bien la experiencia no puede avalar suficientemente los juicios de universalidad estricta, de ello no se sigue que todo juicio singular pueda o tenga que ser avalado únicamente por la experiencia. Se trata aquí de una consecuencia que se sigue de la tesis de Kant del carácter singular de las fórmulas numéricas que constituyen, pese a ello, juicios sintéticos *a priori*. Teniendo en cuenta que Kant considera los juicios sintéticos *a priori* de carácter universal como juicios de *universalidad estricta* cabe, a

¹⁸ La traducción es de Pedro Ribas, Madrid, 1988⁶. He aquí el pasaje original de Kant:

Dagegen sind die evidenten Sätze der Zahlverhältnisse zwar allerdings synthetisch, aber nicht allgemein, wie die der Geometrie, und eben deswillen auch nicht Axiome, sondern können Zahlformeln genannt werden.

¹⁹ Compárese, por ejemplo, la posición de G. Brittan en "Algebra and Intuition", en C. J. Posy (ed.), *Kant's Philosophy of Mathematics*, Dordrecht, 1992, pp. 315-339, con la posición de M. Friedman, que considero correcta, en "Kant's on Concepts and Intuitions in the Mathematical Sciences". *Synthese* 84 (1990), pp. 213-57.

²⁰ CRP B 3.

su vez, caracterizar los juicios sintéticos *a priori* de carácter singular como juicios de *singularidad estricta*. Tanto la universalidad como la singularidad estricta apuntarían a una facultad de conocimiento *a priori* como fuente especial de las mismas.²¹ Los juicios sintéticos *a posteriori* serían, o bien juicios de universalidad empírica que implican una arbitraria extensión de su validez, o juicios de singularidad no estricta, esto es, juicios que predicen determinaciones que no pertenecen apodícticamente a las singularidades de las cuales se predicen en todos los momentos en que éstas pudieran figurar como sujetos de predicación. Si bien todos los juicios empíricos son contingentes y *a posteriori*, según Kant, de ello no se sigue que todos los juicios que sean contingentes y todos los juicios *a posteriori* tengan que tener un carácter *esencialmente* empírico.²² Del reconocimiento de las fórmulas numéricas, esto es, de juicios sintéticos *a priori* de carácter singular, se sigue que los juicios no tienen que tener su fundamento en la experiencia por el mero hecho de ser singulares, de modo que ser singular y ser empírico no tienen que coincidir necesariamente.

Sobre la índole del sujeto en las fórmulas numéricas kantianas

A. Las fórmulas numéricas kantianas como juicios en que figuran como sujeto nombres propios

Neri Castañeda sostiene que el juicio “ $7 + 5 = 12$ ” es un juicio semejante al juicio (1) “César es (=) el general romano que conquistó la Galia y cruzó el Rubicón con su ejército”.²³ Ninguna característica se incluye necesariamente en un nombre propio, de modo que el predicado no afirma (*assert*) nada que también se afirme en el sujeto. Caso de considerarse “ $7 + 5 = 12$ ” o “ $11 + 1 = 12$ ” como una definición, entonces lo sería

²¹ Compárese con el pasaje citado de CRP B 4. Los juicios de la geometría, no los de la aritmética estarían en conformidad con los *dos* criterios seguros del conocimiento *a priori*, según Kant, por lo que podría pensarse que sólo éstos podrían ser única y exclusivamente *a priori*. Desde luego, pese a Kant, hay juicios universales en la aritmética como, por ejemplo, el así llamado teorema fundamental de la aritmética: *todo* número entero, (distinto de 1) puede escribirse como el producto de números primos de una y sólo una manera.

²² Véase mi ensayo “Variaciones modales en la apropiación del conocimiento en Kant: Sobre las fuentes *a posteriori* y *a priori* de la necesidad y la contingencia” que aparecerá próximamente en la revista *Thémata*.

²³ Neri Castañeda 1960, p. 154.

en el mismo sentido en que (1) es una “definición” de César.²⁴ Conviene insistir, que no se trata, en ninguno de los casos, de una regla para la eliminación de una expresión más larga en favor de una más corta. Se trata de una proposición sintética que contiene una instrucción (*directive*) o receta para un cierto tipo de identificación del ser humano César.²⁵

“ $7 + 5 = 12$ ” es una oración singular y, no obstante, sintética *a priori*.²⁶ Según Neri Castañeda, la afirmación de que las proposiciones aritméticas son singulares viene con toda probabilidad de un pensamiento cuidadoso de Kant, si tomamos en cuenta que éste se opone, de modo expreso, al intento de los lógicos de asimilar la proposición singular a la universal.²⁷ Según dicho autor, una proposición es singular cuando su sujeto designa uno y sólo un objeto, de modo que el sujeto lógico de la misma es un *nombre propio* o *la descripción definida de un objeto*. Es esencial al nombre propio no ser sinónimo de ninguna descripción del objeto del cual es nombre, así como también que pueda igualarse (*equated*) con una o más descripciones definidas del objeto en cuestión.²⁸ Los nombres propios son algo parecido a los demostrativos generalizados que apuntan o señalan más allá del aquí y ahora gracias a su validez para una o más descripciones distintas del mismo objeto. Los nombres propios vinculan experiencias diversas y no compartidas de personas distintas y le permiten identificarlas como relacionándose con el mismo objeto.²⁹

Ahora bien, la viabilidad de la interpretación propuesta por Neri Castañeda depende, para empezar, de que los numerales se puedan entender efectivamente como nombres propios. La naturaleza de los nombres propios es, sin embargo, como hemos visto, asunto de intenso debate. ¿Son ‘César’ y ‘12’ efectivamente nombres del mismo tipo? Trataré de mostrar que ello no es así, por lo que los mencionados enunciados de identidad no pueden igualarse, constituyendo, más bien, diferentes tipos de ellos. Introduzco, a continuación, la noción de designador rígi-

²⁴ Neri Castañeda 1960, p. 154.

²⁵ Neri Castañeda 1960, p. 155.

²⁶ CRP A 164, B 205.

²⁷ CRP A 71, B 96; Neri Castañeda 1960, p. 151.

²⁸ Neri Castañeda 1960, 151.

²⁹ Neri Castañeda 1960, p. 157.

do, que Kripke vincula íntimamente con la noción y concepto del nombre propio.

2. Nombres propios y designadores rígidos en Kripke

Por *designador rígido* (*rigid designator*)-entiende Kripke algo que designa al mismo objeto en todo mundo posible, y por *designador no rígido o accidental* (*non rigid or accidental designator*), si tal no es el caso. Según Kripke, cuando pensamos una propiedad como esencial a un objeto significamos, por lo general, que es verdadera de dicho objeto en todo caso que el objeto hubiera existido. Un designador rígido de un existente necesario lo denomina Kripke un designador rígido en sentido fuerte (*strongly rigid designator*).³⁰ Kripke distingue entre las definiciones que fijan una referencia y las que ofrecen un sinónimo. Supongamos que la referencia de un nombre se dé mediante una descripción o mediante un conglomerado (*cluster*) de descripciones. Si el nombre *significa lo mismo* que la descripción o conglomerado de descripciones, no es un designador rígido, y no designará necesariamente el mismo objeto en todos los mundos posibles, a no ser que utilicemos propiedades esenciales en nuestra descripción. Si referido a Aristóteles utilizamos la descripción "El hombre más ilustre que estudió con Platón" como definición, es posible que en otro mundo dicha persona no hubiese estudiado con Platón o que otra persona haya sido Aristóteles. Si usamos la mencionada descripción para *fijar el referente*, entonces esa persona será el referente de Aristóteles en todos los mundos posibles.³¹

Si bien alguien distinto al Presidente de los Estados Unidos pudo haber sido Presidente de los Estados Unidos en 1970 (p. ej. Humphrey pudo haberlo sido) nadie que no fuese Nixon pudo haber sido Nixon.³² Dicho nombre es, pues, un designador rígido, y así lo designa siempre que el objeto exista. Los nombres son designadores rígidos: si bien Nixon pudo no haber sido presidente, no es el caso que pudiera no haber sido Nixon, si bien pudo no haberse llamado Nixon.³³

Hemos visto que la posición de Mill es que algunos 'nombres singulares,' a saber, las descripciones definidas, tienen tanto denotación como connotación, si bien los nombres propios genuinos tienen denotación,

³⁰ Kripke 1972, p. 48.

³¹ Kripke 1972, p. 57

³² Kripke 1972, p. 48.

³³ Kripke 1972, p. 49.

pero no connotación.³⁴ Hemos destacado también que, según este autor, los nombres generales tienen connotación,³⁵ y que, según Frege y Russell, *todos* los términos, tanto los singulares como los generales tienen connotación, o sentido fregeano. Kripke respalda, más o menos, a Mill en lo que se refiere a los términos *singulares*, pero difiere de éste en lo que se refiere a los términos generales.³⁶ En el caso de los términos que nombran especies, así como en el caso de los nombres propios, hay que tener presente el contraste entre las propiedades *a priori*, pero quizás contingentes, llevadas por un término, y dadas por el modo como se fijó su referencia, y las propiedades analíticas (y por ende, necesarias) que el término puede llevar dado su significado.³⁷ Tanto para especies, como para nombres propios, el modo cómo se fija la referencia de un término no puede considerarse como un sinónimo del término. En el caso de los nombres propios la referencia puede fijarse de diversos modos. En el caso de lo que Kripke denomina un bautizo inicial, ésta se fija típicamente por ostensión o descripción; de lo contrario la referencia se determina por una cadena que pasa el nombre de un eslabón a otro.³⁸ De muchos enunciados del mismo tipo, particularmente los que subsumen una especie bajo otra, sabemos *a priori* que si son verdaderos son necesariamente verdaderos. Así, 'Los gatos son animales' es una verdad necesaria.

3. La naturaleza y el objeto de la fijación en las fórmulas numéricas kantianas

Si seguimos a Neri Castañeda "12" es un nombre propio. Asumamos la tesis de Mill y de Kripke, para quienes los nombres propios no son connotativos. "12" tendría, pues, denotación, pero no connotación. Conforme a ello, "7 + 5" constituye un modo, entre otros posibles, como puede fijarse la referencia de "12". En la interpretación de Kant el número "12", si bien no tiene propiedades analíticas, puede constituir el sujeto de predicaciones sintéticas necesarias. Partamos, pues, de que cuando se dice "12 = 7 + 5", o "12 = 5² - 13" lo que se hace con ello es fijar la refe-

³⁴ Kripke 1972, p. 134.

³⁵ Kripke 1972, p. 134.

³⁶ Kripke 1972, p. 134-5: "... certain general terms, those for natural kinds, have a greater kinship with proper names that is generally realized".

³⁷ Kripke no indica cuáles serían, en el caso de los nombres propios, tales propiedades analíticas.

³⁸ Kripke 1972, p. 135.

rencia del mencionado nombre. Quizás podría decirse que lo que se fija en las fórmulas numéricas es la identidad y no la referencia de un nombre. La identidad $12 = 12$ puede fijarse, a ambos lados, de infinitas maneras. Cada uno de los lados de una fórmula numérica refiere apodícticamente al otro. Al igual que otros tipos de identidades, tal parece que la fijación de los nombres en las fórmulas numéricas puede hacerse tanto por ostensión como por descripción.³⁹ La referencia de un numeral cualquiera que figure en ellas puede fijarse mediante un número infinito de operaciones aritméticas de diverso tipo.

Examino, en lo que sigue, si el enunciado " $7 + 5 = 12$ " es similar al enunciado "Aristóteles es el hombre más ilustre que estudió con Platón". Es posible, sostiene Kripke, que, en otro mundo, dicha persona no hubiese estudiado con Platón, o que otra persona hubiese sido Aristóteles. ¿Podría decir algo similar respecto al primer enunciado? ¿Podría decir que algo distinto de 12 pudo haber sido igual a $7 + 5$ en 1787?⁴⁰ 12 pudo haber sido igual a $10 + 2$ en 1781, sin haber dejado de ser igual a $7 + 5$. No es el caso que 12 pudiera no haber sido igual a $7 + 5$, ni es el caso que 12 pueda no ser doce, si bien puede no llamarse 12, sino, por ejemplo "XII". Se trata, pues, de un caso distinto a la identidad considerada que habla de Aristóteles. ¿Apuntan estas diferencias judicativas a diferencias ontológicas respecto a la naturaleza de los respectivos referentes judicativos de los juicios correspondientes? En el caso del nombre "12" – nombre propio, según Castañeda – no parece haber un contraste entre "propiedades *a priori* pero quizá "contingentes", llevadas por el término, y dadas por el modo en que se fijó su referencia, y las propiedades analíticas que el término puede llevar dado su significado. Según Kant, dicho término carece de propiedades analíticas.

Quiero examinar dicha tesis con algún detenimiento. Puedo fijar el referente de 5 *a priori* y contingentemente, diciendo que 5 es el número de dedos en cualesquiera de mis manos. Pero este tipo de fijación que Kripke bien puede caracterizar como contingente, es de muy distinto tipo a cuando fijo la referencia del mismo diciendo " $30 - 25 = 5$ ", o " $3 + 2 = 5$ ", o " $(2 \times 3) - 1 = 5$ ". Si estos juicios se entienden como modos de fijar la referencia de 5, no puede ser nunca el caso que tales fijaciones, contingentes a su manera, puedan dejar de referirse al número 5. Es de-

³⁹ Véase el párrafo que sigue al próximo.

⁴⁰ Tomo aquí el año de publicación de la segunda edición de la *Crítica de la razón pura*, en contraposición al año de publicación de la primera (1781). Véase CRP B 15.

cir, habría también la posibilidad de fijaciones contingentes de la referencia de números que tendrían el mismo referente, o, mejor, que tienen que poder tener el mismo referente en todos los mundos posibles.

En " $7 + 5 = 12$ " se fija la referencia a 12 mediante una operación, en este caso, una operación de suma. No se trata aquí de una operación de suma que fije de un único modo posible a 12 como referente. Ya que una multiplicidad de operaciones puede fijar de diversas maneras, cada una de ellas, a 12 como referente, dichas fijaciones, en el sentido de una determinada fijación entre un número indeterminado de otras posibles, tienen un carácter contingente. Determinadas operaciones no tienen que fijar *de facto* (de modo contingente), en todo mundo posible, a un número como referente. Podemos imaginar mundos en que $7 + 5$ no fije, como cuestión de hecho, a 12 como referente, si bien no podemos concebir ningún mundo, ni el actual, ni posible, donde " $7 + 5$ " no tenga que poder fijar a 12 como referente.

Si, en primer lugar, se pueden utilizar diversas operaciones para fijar determinados números como referentes, si, en segundo lugar, resulta que el número de dichas fijaciones mediante operaciones aritméticas puede ser infinito, y si partimos, en tercer lugar, del supuesto, respecto al *status* ontológico de las operaciones, que éstas no constituyen seres mundanos, o entidades empíricamente dadas ante los ojos, entonces es perfectamente posible imaginar otros mundos donde no se opera la fijación de 12 en el sentido de $7 + 5$, sino de un número indeterminado de otros. Si bien Aristóteles puede, pero no tiene que ser, en todos los mundos posibles, el más ilustre discípulo de Platón, no pasa lo mismo con la fijación de las referencias numéricas que estamos examinando.⁴¹ Si bien la fijación del 12 como referente no tiene que ser igual a $7 + 5$ en todos los mundos posibles, *tiene*, no obstante, que poder ser fijada así en *todos*

⁴¹ En su ensayo "Identity Statements in the Semantics of Sense and Reference" (*Logique et Analyse*, 25^e Année, 100, Décembre 1982) sostiene G. E. Rosado Haddock que si bien los nombres propios en sentido estricto son designadores rígidos, no todos los designadores rígidos son nombres propios en sentido estricto. Así "la raíz cuadrada de 2" valdría como una descripción definida, y parece ser rígida (407). En el mencionado ensayo Rosado Haddock añade que si en un enunciado de identidad verdadero de la forma " $a = b$ " " a " y " b " son ambas descripciones definidas, dicho enunciado sería probablemente verdadero de modo contingente, siendo una posible excepción a ello un enunciado como el siguiente: "el número par más pequeño = el único número primo par" (408). Véase también, del mismo autor, "Necessità a posteriori e contingenze a priori in Kripke: alcune note critiche", en *Nominazione*, Vol. 2, junio 1981.

ellos. Lo anterior no vale, por ejemplo, para ninguna fijación contingente del referente del metro.⁴²

Cabe preguntar cómo se determina el carácter contingente o necesario de las proposiciones cuyo sujeto lo constituye un nombre propio. Los enunciados singulares de la aritmética, es decir, los enunciados de la aritmética en que parecen figurar como sujetos nombres propios que expresan verdades necesarias, si bien fijan sus referentes contingentemente –en el sentido mencionado– son, no obstante, fijaciones que tienen que poder valer para todos los mundos posibles. Su necesidad es por partida doble: por tener que poder valer para un sujeto calculante en general en el mundo actual, y por tener que poder valer para un sujeto calculante en general en todos los mundos posibles. Son contingentes aquellos enunciados cuyo sujeto es un nombre propio, como, por ejemplo, Aristóteles, que fijan sus referentes de modo que los mismos no tienen que poder valer para todos los mundos posibles. Se trata de fijaciones que valen, pero que no tienen que valer para el mundo actual y que no tienen que valer para todos los mundos posibles.

Cierto tipo de juicios aritméticos, por ejemplo, las fórmulas numéricas kantianas, que cuentan como enunciados singulares –en las que figuran como sujetos, a decir de Neri Castañeda, nombres propios– tienen la peculiaridad de poder fijar, de modo infinito, sus referencias numéricas, como algo verdadero en todos los mundos posibles. Este no es evidentemente el caso con otros enunciados que tienen nombres propios como sus sujetos en que la fijación de la referencia no tiene el importe de los designadores rígidos. Las fórmulas numéricas kantianas no sólo son designadores rígidos en cualesquiera de las partes de sus fórmulas, sino que tienen la peculiaridad de poder fijar necesariamente *todas* sus referencias actuales y posibles en este mundo como necesariamente válidas para todos los mundos posibles. Este no parece ser el caso con la fijación de la referencia de los designadores rígidos ordinarios.

Asumiendo, con Neri Castañeda, que los números son nombres propios, cabe preguntar si éstos tienen o no connotación. De ser nombres propios y tener connotación ello constituiría un contraejemplo formida-

⁴² El referente del metro puede fijarse con base en la distancia recorrida por la luz en 0,000000003335640952 segundos medidos por un reloj de cesio. Cabe sostener que la velocidad de la luz de 300,000 kilómetros por segundo constituye una propiedad esencial de la misma. De ser así, sería concebible, pero no realmente posible, que la velocidad de la luz fuese mayor o menor que la cantidad indicada, o que el recorrido de luz pudiera ser mayor o menor en el mencionado tiempo.

ble a la tesis Mill–Kripke acerca de los nombres propios. Ahora bien, si los números carecen de ella y valen, no obstante, como nombres propios, ello se sumaría a las objeciones que pueden hacerse a la tesis Frege–Russell sobre la naturaleza de los nombres propios. ¿Tienen o no tienen connotación los nombres de los números? Paso en lo que sigue a examinarlo.

Connotación y denotación en las fórmulas numéricas kantianas

Kant no ha dicho expresamente nada acerca de si los nombres propios tienen o no connotación. Sin embargo, puede construirse un argumento, fundado en una tesis kantiana, del cual se sigue la tesis de que los nombres propios carecen de connotación. Tal consecuencia puede derivarse de una tesis expresa de Kant y de una tesis que suplo a continuación.

La tesis expresa de Kant es que el yo es una representación completamente vacía de contenido (CRP A 346, B 404). He señalado, en otro lugar, que la tesis kantiana de que el yo es una representación completamente vacía de contenido debe entenderse en el sentido de que dicha vaciedad vale para cada yo particular en general, incluido mi propio yo. Señalo allí que, en contraste con el yo, los objetos empíricamente dados no constituyen representaciones vacías de contenido, ya sean éstos considerados singular o universalmente. El sujeto cognoscente se muestra como una representación completamente vacía de contenido considerado en general, esto es, no cabe reconocer contenidos esenciales y necesarios en el sujeto empírico pensante considerado en general, a diferencia de lo que una larga tradición filosófica ha pensado que es el caso con objetos empíricos tales como mesas y árboles. Es el yo singular generalizado el que vale como una representación enteramente vacía de contenido, ya que a todo yo singular le son dados contenidos perceptivos según Kant.⁴³

La tesis que yo suplo es que puesto que toda persona, que se sabe llamado con nombre propio, puede referirse a sí mismo como “yo”, sin tener que utilizar para nada su nombre propio, y puesto que puede repetir, diciendo “yo”, todo lo que otra persona (o ella misma) pueda decir de sí utilizando su nombre propio, se puede afirmar que hay, en el sentido indicado, una cierta equivalencia entre el nombre propio y pronom-

⁴³ Véase también mi *Conciencia y juicio en Kant*, Río Piedras, 1998, capítulo tercero, pp. 64-66.

bre personal "yo". Ello permite entender el nombre propio en Kant, al igual que el yo, como carente de contenido, como una pura marca existencial sin connotación (apodíctica). Todo lo que digo de mí mismo al decir "yo" o al hablar de mí mismo utilizando para ello mi nombre propio tiene, desde una perspectiva kantiana, un carácter sintético: lo que digo en el concepto del predicado no puede estar contenido en el concepto del sujeto (carente de todo contenido), por lo que los juicios en que figura el pronombre "yo", o un nombre propio cualquiera sustituible por éste, son todos sintéticos.⁴⁴

Toda persona con nombre propio que pueda decir de sí mismo "yo" puede tener una representación de sí que no implica de suyo connotación alguna, de modo que lo que digo en el predicado nunca podrá valer como la reiteración de algo implícitamente contenido en el concepto del sujeto. Kant podría haber aceptado la tesis de Mill y de Kripke de que los nombres propios carecen de connotación. Todo nombre personal es nombre de un yo real o posible.⁴⁵ Puedo decir todo lo que digo (o lo que dicen de mí) al utilizar mi nombre propio con sólo valerme del pronombre personal "yo". Cabe afirmar de este yo, de esa representación enteramente vacía de todo contenido que carece, por ello, de toda connotación en general, y que es, al igual que los nombres propios kripkianos, un designador rígido.

Hemos visto que Kripke sostiene que si bien otra persona distinta al Presidente de los Estados Unidos pudo haber sido tal en 1970, nadie que no fuera Nixon pudo haber sido Nixon.⁴⁶ Los nombres propios personales son designadores rígidos en un sentido débil.⁴⁷ Un señalamiento semejante cabe hacer respecto al yo: si bien pude haber sido alguien muy distinto de quien soy, no empece a ello, nadie que no fuese yo pudo haber sido yo. Ello vale para todo yo, independientemente de cuál sea

⁴⁴ Compárese con la posición, en sentido contrario, de Leibniz: "*La noción completa o perfecta de la sustancia singular envuelve todos sus predicados pretéritos, presentes y futuros*". Véase L. O. Gómez y R. Torretti (editores), *Problemas de la filosofía*. 1979, p. 143. Traducción del latín por Roberto Torretti. La traducción, por Torretti, del mencionado texto, bajo el título de "Verdades primeras", se encuentra también en *G. W. Leibniz: Escritos filosóficos*, editados por Ezequiel de Olaso, Buenos Aires, 1982, pp. 339-345; p. 342.

⁴⁵ Esto es, se puede asignar un nombre a una persona previo a que ésta pueda referirse a sí misma como yo.

⁴⁶ Kripke 1972, p. 48.

⁴⁷ Un designador rígido lo es en sentido fuerte si lo es de un ente (*existenti*) necesario (Kripke 1972, p. 48).

su nombre propio o de si tiene nombre propio o no. Toda persona con nombre propio, que pueda reconocer su nombre como nombre de sí mismo, tiene que poder decir de sí mismo "yo". Lo contrario no es necesariamente el caso: puedo decir de mí mismo "yo", aunque haya olvidado, por las razones que sean, quien soy efectivamente. Puedo referirme a mí mismo como "yo" aún cuando no pueda vincular conmigo mismo nombre propio alguno, ni acceder a hacer descripciones determinadas de mí mismo. Si me llamo (soy) Fulano de Tal se sigue de ello que yo soy (aunque no sea tal Fulano), no así que sea Fulano de Tal porque yo sea (por ejemplo, en un caso de amnesia o de locura). Puedo ir de mi convencimiento de tener un nombre propio (supuesto o real) a la certeza de que soy (aunque no sepa con seguridad quien sea yo que soy, ni que sea efectivamente aquel que estoy convencido ser), no así necesariamente de mi convencimiento de que soy tener la certeza de que me pertenezca efectivamente determinado nombre propio y las descripciones determinadas que se pueden vincular con éste. Esto ha sido reconocido expresamente por Descartes:

Pero no conozco aún bastante claramente lo que soy, yo que estoy cierto de que soy; de modo que, sin embargo, debo tener cuidado de no tomar imprudentemente alguna otra cosa en lugar de mí y de ese modo equivocarme en ese conocimiento que sostengo es más cierto y evidente que todos los que he tenido hasta ahora.⁴⁸

Puede haber una cierta asimetría entre el pronombre personal y el nombre propio. Ésta no pone en entredicho la tesis de que no puede pertenecerle connotación a mi nombre propio siendo que el yo que soy no connota nada en general, o dicho kantianamente, siendo que el yo es una representación completamente vacía de contenido. El pronombre personal "yo" es un designador rígido, no así las descripciones determinadas que pueden vincularse con los nombres propios y que obviamente no se hacen transferibles de una persona a otras por el mero hecho de que las nombremos de la misma manera.

Examino, en lo que sigue, si los nombres que figuran en las fórmulas numéricas tienen denotación, sin connotación, como sostiene Mill es lo propio de los nombres propios genuinos, a diferencia de Frege y Russell para quienes *todos* los términos tienen connotación o sentido fregeano. Consideremos si es viable reconocer algo así como connotación en los

⁴⁸ Véase L. O. Gómez y R. Torretti (editores), p. 31. Traducción de Ezequiel de Olaso y Tomás Zwanck.

números, y preguntémonos cuál sería, si alguna, la connotación del número 5 o del número 7, por ejemplo. Del número 5 puede decirse, pongamos por caso, que es un número primo, impar, que es el tercer número primo contenido en la primera decena de los números naturales, etcétera.⁴⁹ Los números parecen tener claramente connotación, y de ser ello así y de tener Mill razón, no podría decirse de ellos que sean nombres propios genuinos. Ahora bien, si las fórmulas numéricas han de valer como juicios singulares, deberían figurar en ella términos singulares, si bien, visto desde la posición de Mill, los nombres de números, de tener connotación, no podrían entenderse como nombres propios genuinos. ¿Qué tipo de nombres podrían ser, si se insiste que lo son, de modo que se salvaguarde la singularidad que Kant reclama para las fórmulas numéricas? La posición Frege–Russell parece ser, en este sentido, más ventajosa que la de Mill–Kripke ya que el reconocimiento de que los nombres tienen connotación no pondría en entredicho ni la singularidad ni el carácter de nombres propios de los numerales que figuran en las fórmulas numéricas. ¿Valen los números como nombres y en caso de serlos, qué tipo de nombres son?

Con base en Mill–Kripke puede sostenerse que si los nombres de números tienen connotación, entonces no son nombres propios. Ello nos lleva a preguntar si acaso son entonces nombres comunes, como, por ejemplo “árbol” o “piedra” que pueden figurar, por lo demás, como sujetos en enunciados de carácter singular. Ahora bien, los nombres comunes como “árbol” no se refieren a *un* individuo único sino a *muchos* individuos. Sólo cuando dicho nombre común se singulariza puede éste figurar como sujeto de un juicio que valga o pretenda valer como juicio singular. Puede decirse, en contraste, que “12” sólo se refiere a *uno* y sólo a *un* individuo entre infinitos individuos que son números. Se puede sostener que los números no son nombre propios, basándonos, para ello, en la tesis Mill–Kripke de que los nombres propios, a diferencia de los nombres de números, no tienen connotación. Ahora bien, no podríamos considerarlos, tomando en cuenta la posición de Mill, como

⁴⁹ Un número entero mayor que 1 es primo si no puede escribirse como el producto de dos números enteros más pequeños. El número 1 se excluye tanto de los números primos como de los compuestos, por lo que el 2 es el número primo más pequeño. Los números primos pueden definirse también diciendo que son tales los números naturales mayores que 1 que no se pueden dividir de modo exacto y sin partes fraccionales (*evenly*) por ningún otro número natural que no sea dicho número mismo o el número 1. Con base en lo anterior, los primeros cuatro números primos entre los números enteros de la primera decena son el 2, el 3, el 5 y el 7.

nombres comunes por el mero hecho de que tengan connotación, habida cuenta de las diferencias recién señaladas entre el alcance de los nombres comunes y aquel de los nombres de números. La diferencia entre los nombres propios y los comunes, conforme a la referencia, consiste en que los primeros se *refieren* a un individuo único y los segundos a *múltiples* individuos, si bien no a *todos* los individuos. La posición Mill–Kripke no parece poder dar cuenta adecuadamente de la naturaleza de los nombres de los números: éstos tendrían connotación, sin poder entenderse en el sentido de nombres comunes. Su abandono permitiría, desde el punto de vista Frege–Russell, entender todavía los números como nombres propios y salvaguardar la característica esencial que tienen los mismos de referirse a uno y sólo a un individuo.

Examino si las fórmulas numéricas kantianas tienen connotación y denotación, y, de tenerlas, cuál es la índole de la mismas. Tomo la famosa fórmula numérica kantiana “ $7 + 5 = 12$ ”. “12”, a diferencia de ‘árbol’ no denota múltiples individuos, sino a un individuo único. La denotación de “12” es “12”, no, por ejemplo, algo así como la duodécima hoja de un grupo de veinte que podría ser una cualquiera de ellas. “12” parece ser un individuo que se denota a sí mismo, por lo que podríamos decir que tiene autodenotación. La denotación de “12” no son *las cosas ellas mismas* en las que puedo detenerme al contar y decir “12”. No es tampoco *el conjunto de las cosas* así contadas en tanto tal conjunto determinado de cosas.⁵⁰ Por lo demás el ser numérico remitido a las cosas parece ser una propiedad *irreal* de las mismas.

En “ $7 + 5 = 12$ ” puede sostenerse que “ $7 + 5$ ” denota “12”. Puede sostenerse que “12” es lo denotado en tal fórmula. Ahora bien, ¿hay algún elemento connotante en ella? Según Mill, la connotación de un término consiste en los atributos por medio de los cuales se define. ¿Podría decir que defino a “12” diciendo que es igual a “ $7 + 5$ ”? ¿Vale, en algún

⁵⁰ Si se tiene en cuenta la tesis kantiana, que considero más adelante (véase la página 180 y siguientes), de que el número es, según Kant, *un producto de la imaginación*, difícilmente puede sostenerse, como hace Stephen F. Barker, que Kant es el representante más destacado del conceptualismo en la matemática. El conceptualismo sostiene, según Barker, que las entidades abstractas existen. Según tal punto de vista, los números existen literalmente como cosas abstractas intemporales que son, no obstante, construcciones mentales y que no tienen un ser independiente de la mente. Barker no se toma la molestia de indicar los pasajes con base en los cuales le atribuye a Kant esta posición respecto al *status* ontológico de los números. Véase Stephen F. Barker, “Number”, en Paul Edwards (ed.), *The Encyclopedia of Philosophy*, Nueva York y Londres 1967 [1972 (reimpresión)], volumen 5, p. 528.

sentido “7 + 5” como algo así como un *atributo* de 12? Neri Castañeda lo niega. “7 + 5” es, según este autor, al igual que en el caso de lo que se encuentra a la derecha del signo de igualdad en “César es (=) el general romano que conquistó la Galia y cruzó el Rubicón con su ejército”, una descripción definida. “7 + 5” no parece valer como la definición ni como algo así como un atributo de “12” en el sentido de Mill. Sin embargo, “7 + 5” puede valer como una, entre infinitas connotaciones *operacionales* de “12”. “12” es el número que resulta de la suma del cuarto con el tercer número primo (o del cuarto con el tercer número impar) de la primera decena de los números naturales. Puede sostenerse que “12” puede definirse señalando alguno entre los infinitos modos o formas en que puede operarse *apodícticamente* su producción. El “12” al igual que un número cualquiera, no es algo dado, sino algo que se produce. Los números se definen mediante la indicación de los modos o formas apodícticas de su producción, o, quizás, diciendo que 248 es el cuarto número par de la vigésimo cuarta decena de los números naturales. Ahora bien, es obvio que esta última definición, al menos algunos aspectos de ella, son expresables también mediante una fórmula numérica: “ $24 \times 10 + 8 = 248$ ”.

Me interesa examinar si puede determinarse nítidamente la connotación y la denotación de la fórmula numérica “ $7 + 5 = 12$ ”. En esta fórmula pertenece a la connotación de “12”, por ejemplo, el ser un número par, o más específicamente, el ser el primer número par de la segunda decena de los números naturales y el poder ser escrito como producto de números primos únicamente de una manera: $12 = 3 \times 2 \times 2$. En la fórmula numérica “ $7 + 5 = 12$ ” puede decirse que “12” *connota* “7 + 5” y “7 + 5” *denota* “12”. Conforme a la interpretación propuesta “7 + 5” sería la connotación operacional de “12”. “7 + 5” vale como la expresión simbólica de una actividad de construcción mediante un proceso de suma que bien puede admitir varias lecturas que conducen apodícticamente a “12” como a su resultado: “12” es el número que resulta apodícticamente de la suma, en la primera decena de los números naturales, del cuarto con el tercer número primo, o del cuarto con el tercer número impar, o de la suma del cuarto número primo con el tercer número impar, etc.

Parece arbitrario circunscribir, en “ $7 + 5 = 12$ ” respectivamente a la derecha y a la izquierda el lugar de la connotación y de la denotación. He indicado que “12” es la denotación de “7 + 5” y “7 + 5” la connotación, o mejor, una de las infinitas connotaciones posibles de “12”. Lo denotado por “7 + 5” (a saber, “12”) es connotado por la instrucción misma

de operar una suma ("7 + 5"). Ahora bien, ¿puede "7 + 5", que connota, tener a su vez connotación –esto es connotar de suyo– y "12" que es denotado, denotar de suyo? Es lícito preguntar por la connotación y la denotación de todo nombre. "12" se denota a sí mismo. "7 + 5" connota una *operación*, a saber, la actividad de suma del cuarto con el tercer número primo de la primera decena, lo que debe distinguirse (la operación) del único número que resulta de tal suma. ¿Puede decirse que "7 + 5" denota pero que no connota a "12?" Desde la perspectiva de la connotación no vale la igualdad de la fórmula numérica $7 + 5 = 12$ como una de carácter analítico.

¿Cuál sería la connotación de "7 + 5?" Si la tuviera ella no coincidiría ni con la mera connotación del 7, ni con la mera connotación del 5, ni con la suma de sus particulares connotaciones, en cuyo caso "7 + 5" tendría como connotación ser, a la vez, el cuarto y el tercer número primo, lo que es absurdo. "7 + 5" no tiene, como tal, connotación alguna sino que parece ser puramente denotativo. Vale como una connotación operacional apodíctica de "12". "7 + 5 = 12" no expresa una relación de identidad connotativa, y desde la mencionada perspectiva debe distinguirse de "12 = 12" que ciertamente expresa tal relación de identidad. Visto desde la perspectiva de la relación de identidad no connotativa que expresa la fórmula numérica "7 + 5 = 12", dicha fórmula expresa ciertamente una relación sintética desde el punto de vista de la connotación de 7 y 5 en "7 + 5:" la connotación de "12" no coincide con ninguna de las connotaciones separadas ni con la suma de las connotaciones de 7 y 5. La relación de identidad que expresa "7 + 5 = 12" radica en el carácter apodíctico de la denotación ("12") a través de una determinada operación de suma construida a voluntad ("7 + 5"), de modo tal que "7 + 5" termina por revelarse como una entre infinitas connotaciones dinámicas que pueden enlazarse, por construcción de conceptos, apodícticamente con "12".

Si "7 + 5" se vincula apodícticamente con "12", tal vínculo se puede entender, dentro del marco de la doctrina kantiana de los juicios, desde dos perspectivas judicativas fundamentalmente distintas: el vínculo apodíctico puede ser el del juicio analítico en el sentido de que el concepto del predicado, entendido como "12", esté incluido en el concepto del sujeto, entendido como "7 + 5", o que el vínculo apodíctico radique en que dicho juicio sea un juicio sintético *a priori*, que es la posición efecti-

va de Kant para tratar de cuenta de su carácter apodíctico.⁵¹ Es obvio que el vínculo apodíctico de las mencionadas connotaciones dinámicas, que montan sobre la instrucción de la realización de determinadas operaciones aritméticas (por ejemplo, “7 + 5”), con un número determinado (por ejemplo, “12”) no se puede derivar mediante un análisis de conceptos que tenga como meta la explicitación de algo que está estáticamente contenido en otra cosa. Kant habla expresamente, refiriéndose al “12”, de ‘un ver surgir al número 12’.⁵²

¿Cuál es la naturaleza de la relación de igualdad (sintética, según Kant) que se da entre “7 + 5” y “12” en “7 + 5 = 12?” He señalado que la igualdad que expresa dicha fórmula numérica no implica una relación de connotación recíproca. Añado ahora que tampoco expresa una relación apodíctica de denotación recíproca. Si bien “7 + 5” denota apodícticamente “12”, apodícticamente “12” sólo se denota a sí mismo. Desde luego, puede interpretarse “12 = 12”, a la vez, como la expresión de una coincidencia denotativa y connotativa de “12” consigo mismo. De ser “12” un nombre propio y carecer los nombres propios de connotación, como sostienen Mill y Kripke, “12 = 12” valdría como la expresión de una identidad puramente denotativa de “12” consigo mismo.

Ahora bien, la tesis de que los números se denotan a sí mismos, sin denotar otra cosa, es problemática en más de un sentido. ¿Cómo podrían éstos aplicarse entonces, exitosamente, para dar cuenta de lo empíricamente dado? ¿No puedo decir acaso que “9” denota el número de planetas en nuestro sistema solar? Por lo demás, si todo número se denota a sí mismo, ¿por qué no podría decir, además de que “7 + 5” denota a “12”, que también “12” denota a “7 + 5?” ¿Es que acaso los números, como el yo, se denotan a sí mismos, sin que sea para ello necesario la intervención de ninguna connotación?

⁵¹ En CRP B 15-16 toma Kant a “7 + 5” como el sujeto y a “12” como el predicado de la fórmula numérica “7 + 5 = 12”, entendiendo la misma en el sentido de un juicio sintético *a priori* y negando que pueda ser analítica, por no estar contenida en ella el concepto del predicado en el concepto del sujeto.

⁵² “En efecto, tomo primero el número 7, y acudiendo a la intuición de los dedos de la mano para el concepto de 5, añadido al número 7, una a una (según la imagen de la mano), las unidades que previamente he reunido para formar el número 5, y de esta forma veo surgir el número 12” (CRP, B 15-16; traducción de Pedro Ribas, p. 52).

Símbolos, esquemas y nombres de individuos: sobre el carácter ontológico de los números en Kant

La designación de alguien o de algo (de una persona o de un objeto) mediante el nombre propio que lo nombra no es equivalente a la subsunción de un objeto bajo un concepto. El nombre propio nombra sin necesariamente categorizar.⁵³ No puede decirse que la persona o el objeto nombrado está contenido en el nombre que lo nombra, al modo en que un objeto puede estar contenido, o, mejor, subsumido bajo un concepto. El nombre propio no tiene que incluir apodícticamente contenido alguno que se encuentre o pueda eventualmente encontrarse en lo nombrado que se nombra.⁵⁴

Tampoco lo nombrado por un nombre propio tiene que ser homogéneo con el nombre que lo nombra, a diferencia de lo que es el caso, según Kant, en todas las subsunciones de un objeto bajo un concepto (CRP A 137, B 176), de tal modo que el objeto *singular* pueda subsumirse bajo el concepto *universal* que le es, en tanto tal, heterogéneo. La relación entre el nombre propio y lo nombrado por éste es la relación entre dos singulares: el nombre singular denotante y lo singular denotado, o, si se quiere, el término singular nombrante y lo singular nombrado. Si bien el nombre propio no se halla contenido en lo nombrado, ni vale como algo intuible en lo nombrado, no se da aquí una heterogeneidad que requiera la intervención de un tercero que posibilite justamente la determinación de lo nombrado. No parece ser necesaria una doctrina especial equivalente al esquematismo transcendental de los conceptos puros del entendimiento que dé cuenta de la posibilidad que tienen los nombres propios de nombrar lo nombrado.

¿Cuál es la naturaleza del nombrar y de lo nombrado en el caso de los numerales? ¿Se trata aquí de la relación entre dos singulares, o acaso de la subsunción de un objeto (el número) bajo un concepto (el numeral)? ¿Es el numeral equivalente al nombre universal o al nombre propio? ¿Es lo numerado algo individual o algo universal? ¿Es el número algo de

⁵³ Desde luego, cuando digo, por ejemplo, de alguien que es “un Judas” utilizo dicho nombre propio como sinónimo del nombre común ‘traidor’.

⁵⁴ Cabe referir a W. Shakespeare: “¿Qué hay en un nombre? La rosa no dejaría de ser rosa y de esparcir su aroma aunque se llamase de otro modo”. Compárese con J. L. Borges: “Si (como afirma el griego en el *Cratilo*) el nombre es arquetipo de la cosa, en las letras de la rosa está la rosa, y todo el Nilo en la palabra Nilo”. Los pasajes citados están incluidos como lemas en Moro Simpson (editor), 1973, p. 1.

suyo, o algo de algo? ¿Es algo real o algo imaginario? Antes de tomar posición ante algunas de estas interrogantes paso a examinar el modo cómo Kant concibe la naturaleza de los números y sus rasgos esenciales. Consideraré, en primer lugar, ciertas determinaciones universales de los números que *no* son determinaciones *exclusivas* de éstos; éstas las considero en segundo lugar. Destaco, en tercer lugar, la diferencia, que Kant subraya, entre el número y su imagen, e introduzco la noción kantiana de *concepto puro sensible* (CRP A 141, B 180).

La determinación ontológica del número en Kant es la de ser *esquema transcendental*. El esquema transcendental, y el número en cuanto tal, es una *representación mediadora pura* (no empírica), que es, por una parte, sensible y, por otra, intelectual (CRP A 138, B 177). Hay, desde luego, otras características esenciales al número que vienen dadas por su carácter general de ser esquema transcendental. Kant vincula todo esquema transcendental y, con ello, al número, con el tiempo, caracterizando a los esquemas en general como determinaciones transcendentales del mismo. En cuanto tal, el esquema es homogéneo con la *categoría*, por ser universal y estar basado en una regla *a priori*, y con el *fenómeno*, ya que el tiempo se halla contenido en toda representación empírica de la diversidad. El número, como esquema transcendental, debe, conforme a lo indicado, posibilitar la subsunción del fenómeno bajo la categoría (CRP A 138-9, B 178-9).

El número es, en cuanto esquema transcendental, un producto de la imaginación, resultando de una síntesis de ésta que *no tiende a una intuición particular*, sino a la unidad en la determinación de la sensibilidad (CRP A 140, B 179). Los esquemas transcendentales son determinaciones del tiempo realizadas *a priori* según reglas, que, siguiendo el orden de las categorías, se refieren a la *serie*, al *contenido*, al *orden*, y al *conjunto* del tiempo en relación, todos ellos, con la totalidad de los objetos posibles (CRP A 145, B 185). Kant insiste en que el esquematismo del entendimiento se desarrolla por medio de la síntesis transcendental de la imaginación (CRP A 145, B 185).

Al número, como esquema transcendental, le corresponde, además de las determinaciones generales referidas, las exclusivas suyas en tanto esquema transcendental distinguible de otros. El número es el esquema puro de la magnitud (*quantitas*), entendida como concepto puro del entendimiento.⁵⁵ Kant lo caracteriza como una representación que com-

⁵⁵ "Numerus est quantitas phaenomenon" (CRP A 146, B 186).

prende la adición sucesiva de unidades homogéneas. El número es la unidad de la síntesis de lo diverso de una intuición homogénea en general. Se obtiene al yo producir al tiempo mismo en la aprehensión de la intuición (CRP A 142-3, B 182). Kant insiste en el vínculo del número como esquema de la magnitud (*quantitas*) con el tiempo: el esquema de la magnitud contiene y hace representable *la producción (síntesis) del tiempo mismo* en la aprehensión sucesiva de un objeto (CRP A 145, B 184).

El número, en tanto esquema, no es una cosa (ni objeto, ni imagen) sino un *procedimiento universal* de la razón para suministrar a un concepto su propia imagen (CRP A 140, B 179-80). El número constituye, en tanto esquema, un modo de proceder que tiene que ver, como he destacado, con la producción del tiempo mismo en la aprehensión de la intuición, con la síntesis de lo diverso de una intuición homogénea en general (CRP A 142-3, B 182). Kant se encarga de destacar particularmente la diferencia entre el esquema y la imagen. El número no es imagen, si bien se encuentra esencialmente ligado con ésta. La imagen entendida como imagen del número cinco, debe distinguirse del pensar un número en general que consiste en el método de representar, *de acuerdo a cierto concepto*, una cantidad en una imagen. Kant insiste en que el número cinco no es la imagen de dicha cantidad (CRP A 140, B 179).

Por otro lado, Kant introduce en la sección del Esquematismo la importante noción, ya mencionada, de "concepto puro sensible" (CRP A 140-1, B 180). Si bien no lo define presenta al concepto de triángulo como un ejemplo del mismo.⁵⁶ Es conocida la crítica de Berkeley a la doctrina de las ideas abstractas.⁵⁷ Ninguna imagen de un triángulo puede adecuarse jamás, según Kant, al concepto de un triángulo en general. El esquema de triángulo existe sólo en el pensamiento y es una regla de síntesis de la imaginación respecto de las figuras puras en el espacio. El esquema de la imaginación contiene una regla *que determina nuestra intuición de acuerdo con cierto concepto universal* (CRP A 141, B 180).

⁵⁶ Los conceptos puros sensibles, que no deben confundirse con las categorías, reposan, como éstas, no sobre imágenes, sino sobre esquemas (CRP A 141, B 180), de lo que se sigue la pregunta de si los esquemas de aquéllos coinciden o no con los de éstas.

⁵⁷ Véase la introducción de George Berkeley, *A Treatise concerning the Principles of Human Knowledge*, en *The Works of George Berkeley, Bishop of Cloyne*, editada por A. A. Luce y T. E. Jessop, 9 volúmenes, Edimburgo, 1948-1957.

Una consideración de las características generales y de las exclusivas del número como esquema transcendental revelan que el número, en tanto producto de la síntesis transcendental de la imaginación, no puede valer ni como algo real, ni como la determinación real de cosa alguna. El número no es, por tanto, algo (una sustancia) real, ni determinación real alguna de ese algo. No es categoría ni fenómeno, si bien es homogénea con ellos por las razones indicadas. Por ello, debe posibilitar la subsunción del fenómeno bajo la categoría. El número no es algo empíricamente dado subsumible bajo un concepto, ni concepto alguno bajo el cual se pueda subsumir lo empíricamente dado, si bien el esquema, como regla determinante de la intuición está en conformidad con cierto concepto universal (CRP A 141, B 180). El concepto de número no constituye algo así como un concepto común. Según Kant:

Una representación que ha de ser pensada como común a *diferentes* representaciones es considerada como perteneciente a unas representaciones que poseen en sí mismas, además de ella, algo *diferente*. (CRP B 133-4)⁵⁸

La unidad de la síntesis numérica es completamente diferente. El número es la unidad de la síntesis de lo diverso *de una intuición homogénea en general* que, como hemos visto se obtiene al yo producir al tiempo mismo en la aprehensión de la intuición (CRP A 142-3, B 182). Con este argumento aleja Kant al número del concepto común, connotativo, según Mill. Debe mantenerse separada la unidad sintética de la diversidad homogénea de la unidad sintética que expresa la semejanza entre representaciones diferentes, cuyo concepto (común) connota la mencionada semejanza. Cabe destacar el carácter *sui generis* de 'lo denominante' y 'lo denominado' en la relación que correspondientemente se da entre el numeral y el número. El numeral no es ni nombre propio (en sentido de Mill y Kripke), dado su carácter connotativo, ni nombre universal por referirse a uno y sólo a un individuo entre infinitos individuos. La relación del número denominado con el numeral denominante no puede caracterizarse, por tanto, como la de subsunción de un objeto singular bajo un concepto universal.

Lo numerado (el número) no es, por su parte, ni algo individual en sentido ordinario, como lo es Aristóteles, ni algo universal, sino esquema, según Kant. El número no es, conforme a Kant, algo real, ni la de-

⁵⁸ Traducción de Pedro Ribas, Madrid 1988⁶, p. 155. El énfasis puesto por el propio Kant.

terminación real de algo real, sino algo irreal o imaginario, ya que, como hemos visto, el número como esquema vale como un producto transcendental de la imaginación. Al número, en Kant, le pertenece, en tanto esquema, dos momentos que conviene distinguir claramente. El número es, en primer lugar, como modo de proceder, algo real o efectivo, y, en segundo lugar, como producto resultante del mismo algo ideal o irreal. Dicho de otra manera, el procedimiento de síntesis de lo homogéneo que permite la construcción de números constituye algo real y efectivo, no así el producto puro que resulta de tal actividad reglada. La tesis kantiana del número como esquema implica que éste es poseedor del mencionado doble carácter, teniendo, por una parte, un carácter real o efectivo (como procedimiento que produce al tiempo mismo en la aprehensión sucesiva de un objeto), y, por otra, un carácter irreal o imaginario (en tanto recién se constituye como resultado de una síntesis de lo homogéneo, reiterable, en principio, una y otra vez). Al número como esquema, íntimamente relacionado con el tiempo, le corresponde la realidad e idealidad que Kant expresamente reclama para éste (CRP A 27-8, B 43-4).

El numeral no es nombre propio, ni nombre universal, sino símbolo.⁵⁹ La expresión simbólica de un número (por ejemplo, 245) es equivalente a una descripción definida, si bien incompleta, del mismo. 245 es el quinto número que sigue a la vigésimo cuarta decena, o, expresado de otra manera, la quinta unidad que sigue al cuarta decena que sigue a la segunda centena de los números naturales. Llamar a un número por su nombre, por ejemplo, llamarlo "245", es equivalente, en cierto sentido, a definirlo.⁶⁰ No hay razón alguna que impida, en principio, que un diccionario pudiera incluir definiciones de números que valgan apodícticamente respecto a éstos. Nombrar no es en el caso de los números, como sostiene Searle de los nombres propios, una preparación para describir, sino que es ya, de suyo, un tipo de descripción.

Los nombres propios no forman parte de sistemas de denominación de individuos que alcancen apodícticamente la denominación de los in-

⁵⁹ Según F. Saussure (*Cours de linguistique générale*, 1915) es característico del símbolo que nunca es enteramente arbitrario, y que no está vacío. Hay en él, al menos, un rudimento de un vínculo natural entre el significante y el significado. Véase Ferdinand de Saussure, *Curso de lingüística general*, traducción española de Amado Alonso, Buenos Aires, 1965⁵ (1945), p. 131.

⁶⁰ Compárese con la afirmación de Searle a la que hemos hecho referencia en la página dos de este trabajo.

dividuos que nombran. Así, por ejemplo, 'María' no forma parte de un sistema de denominación de individuos que alcance apodícticamente a un y sólo a un individuo. "María" se compone de consonantes (m, r) y vocales (a, i) de cuya combinación fortuita no se obtienen combinaciones de las que resulten necesariamente nombres reconocidos de individuos, o nombres que tengan que referirse apodícticamente a un individuo. Por lo demás, el conjunto de las vocales y consonantes de nuestro alfabeto no constituyen *símbolos* de cuya combinación fortuita tengan que resultar nombres reconocidos de individuos y/o constructos bien formados. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, y 9 son símbolos, de cuya yuxtaposición fortuita (al ponerse en formación lineal horizontal unos al lado de otros) resultan apodícticamente denominaciones *bona fide* de números claros y distintos. Así 232 es una construcción simbólica bien formada, cuya estructura simbólica misma, la colocación de los símbolos de una determinada manera y en un determinado orden, connota algo. En 232 el primer 2 (a partir de la izquierda) connota algo distinto que el segundo; no así la primera 'a' comparativamente a la segunda de 'María'.

Conclusiones

Las igualdades "Aristóteles es (=) el discípulo más destacado de Platón", "Tulio es (=) Cicerón", y " $7 + 5 = 12$ " son de diversa índole. Kant, como he señalado al comienzo de este ensayo, caracteriza expresamente a la fórmula numérica " $7 + 5 = 12$ " como un juicio sintético *a priori*. Kripke caracteriza a "Tulio es (=) Cicerón", como una necesidad *a posteriori*.⁶¹ Por lo que concierne a "Aristóteles es (=) el discípulo más destacado de Platón" dicho juicio vale para Kant como un juicio sintético *a posteriori* y para Kripke no sería obviamente una verdad necesaria *a posteriori* como "Tulio es (=) Cicerón", ni una contingencia *a priori* como "La vara S tiene un metro de longitud en t_0 ".⁶² Tanto Kant como Kripke, dentro de

⁶¹ " $7 + 5 = 12$ " puede valer, según Kripke, como una necesidad *a posteriori*, como cuando lo aprendo mediante una calculadora. Así, por ejemplo, puedo conocer *a posteriori*, mediante una calculadora o un ordenador, que $7^7 + 5^5 = 826,668$, si bien la mencionada igualdad tiene un carácter apodíctico.

⁶² Dentro del marco de la doctrina kantiana de los juicios "Tulio es (=) Cicerón", no sería un juicio sintético *a priori* ya que ello sólo se puede conocer *a posteriori*, nunca *a priori*; no sería un juicio analítico ya que no fundamenta su enlace en el principio de identidad, o, lo que es lo mismo, su negación "Tulio \neq Cicerón", no implica contradicción alguna. Tal juicio a lo que más se acercaría sería a un juicio sintético *a posteriori*: Cicerón y Tulio no están contenidos uno en el otro y la identidad de dichos

sus propios marcos conceptuales, reconocerían diferencias importantes entre los tipos de juicios bajo consideración.

En los juicios "Aristóteles es (=) el discípulo más destacado de Platón" y "Tulio es (=) Cicerón", figuran nombres propios, no así en el caso de la fórmula numérica " $7 + 5 = 12$ ". Los números no son singulares ni universales, sino *esquemas*, según Kant. De Kant tener razón los nombres que figuran en las fórmulas numéricas (los numerales) serían nombres *sui generis*: ni nombres propios (que efectivamente carecen de connotación) ni nombres comunes o universales.

Los numerales no son nombres propios ya que, a diferencia de estos últimos –asumo la posición de Mill y Kripke– tienen connotación. Sin embargo, no obstante a ello, no son nombres comunes, lo que kantianamente significa que el numeral no puede equipararse con una representación que ha de ser pensada como común a *diferentes* representaciones que además de ella posean en sí mismas algo diferente (CRP B 133-4). El número no es síntesis de lo *diferente*, sino síntesis de lo *diverso* de una intuición *homogénea* en general (CRP A 142-3, B 182).

Cabe caracterizar, por el contrario, en terminología kantiana, al concepto común como síntesis de lo semejante en lo diferente (heterogéneo). Kant distingue la síntesis de lo diverso en lo homogéneo, con la que vincula expresamente el número, de la síntesis de lo semejante en lo diferente o heterogéneo. La síntesis que expresa el nombre propio "Aristóteles" no es síntesis de ninguno de los mencionados tipos. Habría, en todo caso, que caracterizarla de otro modo: es síntesis –carente de apodicticidad– de lo heterogéneo en la unidad referencial de una pura denotación, esto es, en una unidad enteramente vacía desde el punto de vista de la connotación. 'María' no es la unidad de algo semejante en lo diferente, ni de algo diverso en lo homogéneo, sino una síntesis de lo diferente y/o diverso fundada en la referencia no apodíctica de todo ello a la unidad originaria de una pura denotación. La rigidez de los nombres propios, en sentido estricto, es la de la unidad de su pura denotación. La unidad puramente denotativa de los nombres propios es del mismo tipo que la que Kant reconoce en el caso del "yo" expresamente caracterizado por éste, como hemos visto, como una representación que vale, en general, como una completamente vacía de contenido.

nombres no puede determinarse de modo *a priori*, sino que sólo puede alcanzarse mediante un conocimiento *histórico* (que es siempre *a posteriori*).

Hay, por tanto, diferencias fundamentales entre la igualdad que expresan las fórmulas numéricas y la igualdad de enunciados como "Aristóteles es (=) el discípulo más destacado de Platón". La rigidez de designadores como 'Aristóteles' es, si aceptamos la posición de Mill y Kripke, connotativamente vacía y/o vacía de toda descripción determinada. Su rigidez se mantiene pese a la falta de rigidez de sus descripciones determinadas. Designadores como 'Aristóteles' no se pueden vincular apodícticamente con ninguna descripción determinada, y conservan su rigidez aunque todas sus descripciones determinadas sean flácidas.⁶³

Los designadores numéricos, al igual que los designadores de nombres propios, son rígidos. A diferencia de estos últimos tienen connotación. La rigidez de los designadores numéricos está acompañada por la posibilidad de la producción (kantianamente *construcción*) de infinitas connotaciones y/o de infinitas descripciones determinadas. Se trata de designadores rígidos no vacíos sino infinitamente connotantes y unívocamente denotantes. Tal no es el caso respecto a los nombres propios ya que, en primer lugar, ellos, por carecer, en general, de toda connotación, no pueden *a fortiori* ser infinitamente connotantes, si bien, por ser designadores rígidos, son unívoca y pueden ser incluso vacíamente denotantes: Aristóteles pudo no haber sido filósofo, si bien Aristóteles no pudo no haber sido Aristóteles.

La tesis de que Aristóteles pudo no haber sido filósofo, si bien no pudo no haber sido Aristóteles, tiene varias implicaciones. Las descripciones determinadas de los nombres propios son todas contingentes, por lo que éstos no son equivalentes a nombres esenciales de nada. Las descripciones determinadas de los nombres propios son contingentemente connotantes. Por otro lado, si bien 'Aristóteles' es la marca existencial de algo contingente —conforme a lo cual Aristóteles no tendría apodícticamente que haber existido, o, dicho leibnicianamente, la no existencia de Aristóteles no implica de suyo contradicción alguna— que Aristóteles no pudo no haber sido Aristóteles equivale a reconocer la apodicticidad denotativa del mencionado nombre en la esfera de la contingencia que se expresa al decir que Aristóteles designa a Aristóteles siempre que el objeto exista. Pero dicha consecuencia se sigue, si estoy en lo correcto, en

⁶³ Compárese con la posición de Searle 1967, p. 490: "if a classical scholar claimed to discover that Aristotle wrote none of the works attributed to him, never had anything to do with Plato or Alexander, never went near Athens, and was not even a philosopher but was in fact an obscure Venetian fishmonger of the late Renaissance, then the "discovery" would become a bad joke".

la medida en que en la base del núcleo denotativo de los nombres propios esté algo así como un "yo" entendido kantianamente (como "yo" singular en general) como una representación enteramente vacía de contenido.⁶⁴

Las descripciones definidas que se pueden vincular con los nombres propios son ciertamente infinitas, pero a diferencia de las connotaciones operacionales que se vinculan con los números, tienen un carácter meramente contingente. Los designadores numéricos, que son también designadores rígidos, constituyen designadores rígidos atípicos, o si se quiere, designadores rígidos no kripkianos, ya que se pueden vincular *apodícticamente* con infinitas connotaciones posibles. No sólo su denotación es rígida, esto es, vale para todos los mundos en que éstos sean posibles, sino también su connotación y/o descripciones definidas. Dichas connotaciones, a diferencia de las descripciones determinadas de los nombres propios, tales como Aristóteles, son *operacionales*, dinámicas y no estáticas. Éstas no se descubren sino que se construyen imaginativamente.⁶⁵ Se establece arbitrariamente una igualdad (por ejemplo, $12=12$) y se pasa a construir la misma.

Por último, cabe distinguir la igualdad " $7 + 5 = 12$ " de la igualdad que establezco al tomar una vara y decir "Esto es un metro", igualdad ésta que constituye, según Kripke, una contingencia *a priori*. La libra y el metro se encuentran por doquier, sin ser, *en sentido estricto, nada singular*, y careciendo, según parece, de connotación,⁶⁶ mientras que los

⁶⁴ He hecho referencia a que Kripke considera que Mill se equivocó al pensar que los nombres generales tienen connotación. No paso a considerar aquí si las descripciones determinadas y/o la connotación de los nombres generales es también, desde el punto de vista existencial, completamente abierta y contingente, como parece ser el caso con los nombres propios. Si las descripciones determinadas que se vinculan con los nombres generales fueran, desde el mencionado punto de vista existencial, completa pero apodícticamente denotativas en la esfera de su propia contingencia, no podría obviamente intentarse dar cuenta de ello haciendo referencia a la primera persona del pronombre personal, si bien ello podría tratarse de otra manera, como, por ejemplo, recurriendo a los pronombres demostrativos.

⁶⁵ Se trata, sin embargo, de una construcción de distinta índole que la que es propia de las contingencias *a priori*, de las que me he ocupado en mi ensayo, arriba referido, "Variaciones modales en la apropiación del conocimiento en Kant: Sobre las fuentes *a posteriori* y *a priori* de la necesidad y de la contingencia".

⁶⁶ Sin embargo, puede decirse de la libra y del metro que constituyen unidades de medida, así como también que $1 \text{ libra} = 16 \text{ onzas}$. No puedo entrar aquí a comparar y diferenciar los rasgos de los números de los rasgos de unidades de medida tales como metros y libras. Desde una perspectiva kantiana cabe destacar que ni los *conceptos*

números se 'encuentran' por doquier, si bien son, en sentido estricto, algo singular cuya connotación puede construirse de infinitas maneras.

Universidad de Puerto Rico, Recinto de Río Piedras

sensibles que figuran en las matemáticas, ni las mencionadas unidades de medida, constituyen determinaciones universalmente válidas respecto a un objeto en general como fenómeno. Véase el capítulo, arriba referido, de *Conciencia y juicio en Kant*.