EL ANALISIS DE PLATON DE LAS RELACIONES Y DE LOS HECHOS RELACIONALES EN EL *FEDON**

HÉCTOR-NERI CASTAÑEDA

I

La tradición exegética de Platón es firme en sostener o que Platón nunca diferenció las relaciones de las cualidades, o que trató de diferenciarlas, pero no tuvo éxito.[1] El examen atento del *Fedón* me ha convencido de que esa tradición yerra: Platón distinguió las relaciones de las cualidades de una manera clarísima, y su

* Para un estudio completo de la ontología de Platón en el *Fedón*, con un esbozo de una metodología de la historia de la filosofía, véase mi *La Teoría de Platón sobre las Formas, las Relaciones, y los Particulares*, monografía a publicarse por el *Instituto de Investigaciones Filosóficas* de la Universidad Nacional Autónoma de México. Un estudio complementario y parcialmente traslapado con éste es mi "Plato's *Phaedo* Theory of Relations," in *Journal of Philosophical Logic*, Vol. 1 (1972): 467-480.

[1] Voceros recientes de esa tradición son, entre otros autores distinguidísimos cuyas obras han contribuido muchísimo al entendimiento contemporáneo de la filosofía griega (1) R. C. Cross y (2) Anthony Woozley, en su *Plato's Republic: A Philosophical Commentary* (London: Macmillan, 1966), p. 175; (3) Francis M. Cornford, en *Plato and Parménides* (Indianapolis, Indiana: Bobbs-Merrill, 1956), p. 78; (4) Julius E. Moravcsik en "Being and Meaning in the *Sophist*," en *Acta Philosophica Fennica*, Fasc. XIV (1962), p. 54n; (5) G. E. L. Owen, "A Proof in the PERI IDEON," *Journal of Hellenic Studies*, Vol. 77 (1975), p. 110; (6) R. Hackforth, *Platos' Phaedo* (Indianapolis, Indiana: Bobbs-Merril, 1955).

distinción es demostrablemente correcta. Para notar esto es preciso, primero, liberarse de la presión del simbolismo ordinario de la lógica de los cuantificadores. Y, después, construir la lógica relacional sobre la teoría de Platón. El simbolismo ordinario representa un hecho relacional así: $f(a_1, a_2, \ldots, a_n)$, siendo 'f' un predicado *n-ádico*, esto es, la representación de una relación *n*-ádica, y siendo los símbolos 'a_1', 'a_2', . . ., 'a_n' nombres o descripciones singulares de los entes relacionados. Por ejemplo, el hecho "Carlos es más alto que Juan" se representa "Alto (Carlos, Juan)." El simbolismo sugiere que una relación es un ente indiviso y que lo ejemplifica un conjunto ordenado de entes.

Platón concibe una relación como una secuencia de Formas, de modo que hay en cierto modo una reducción de las relaciones a las cualidades. Pero él concibe que un hecho relacional es un complejo indivisible en que cada Forma es ejemplificada por un ente, de modo que *no* reduce Platón los hechos relacionales a hechos cualitativos. Esta diferencia entre Formas y hechos es precisamente lo que la tradición no ha visto, y naturalmente el simbolismo ordinario no permite verla con claridad.

Rompamos, pues, antes que nada, las cadenas del simbolismo ordinario. Considere el hecho relacional "Carlos da el libro a Juan." En el simbolismo corriente viene a ser "*D*ar (C*a*rlos, el l*i*bro, J*u*an)". En forma esquemática, usando como abreviaciones las letras en bastardilla:

$$a\text{: Carlos; } i\text{: libro; } u\text{: Juan; } \mathrm{D}(a, i, u)$$

representa el hecho en cuestión. Ahora bien, aunque es más inconveniente, uno puede cambiar el símbolo relacional '$\mathrm{D}(\ ,\ ,\ )$', que muestra su carácter triádico, por el símbolo '$\mathrm{D}^1(\ )\mathrm{D}^2(\ )\mathrm{D}^3(\ )$', que también muestra el carácter triádico de la relación. Lo que me propongo hacer a esta altura es substituir la simplicidad del predicado 'D' por una complejidad 'D^1-D^2-D^3', y nada más. Naturalmente, a esta altura se trata solamente de una complejidad, una aberración, ortográfica, pues la secuencia '$\mathrm{D}^1(\ )\mathrm{D}^2(\ )\mathrm{D}^3(\ )$' debe concebirse como *un* símbolo. Pero una vez se introduce esta complicación simbólica se abre la puerta para una serie de preguntas semánticas, las cuales arrastran una nueva concepción ontológica de las relaciones.

Podemos, pues, sin nada más que un cambio ortográfico oneroso, representar el hecho relacional "Carlos le da el libro a Juan", así:

$$\mathrm{D}^1(a)\mathrm{D}^2(i)\mathrm{D}^3(u)$$

Pero ahora nos preguntamos si además de interpretar el símbolo '$D^1(\ )D^2(\ )D^3(\ )$' como representación de la relación *dar*, podemos interpretar cada una de las D's con superscrito. La respuesta es obvia: podemos interpretar 'D^1' como la representación de la *condición* de *dador*, 'D^2' como la condición de *dado*, y 'D^3' como la condición de *receptor*. Esto, sin embargo, no necesita alterar la situación inicial, a saber, que las tres condiciones no son más que diferentes maneras de describir la relación *dar*, que sigue siendo una entidad simple e indivisible.

En otras palabras, la cuestión crucial es ahora: ¿qué es una *condición*, en el sentido ilustrado? ¿Es cada condición una entidad en sí misma, de modo que las tres condiciones que extrajimos de la relación *dar* son tres entidades distintas? ¿O son las tres condiciones simplemente tres maneras de concebir o describir la misma y única relación *dar*? ¿Hay un análisis ontológico de la multiplicidad de condiciones?

En la concepción corriente las tres condiciones *dador*, *dado* y *receptor*, reciben una explicación ontológica: cada condición puede concebirse como la pareja abstracta de la relación *dar* y cada una de las tres posiciones que pueden ocupar en un hecho relacional los entes relacionados por *dar*. De esta manera la multiplicidad se explica y se mantiene la indivisibilidad de la relación *dar*. Esto es, en la concepción corriente de los hechos relacionales cada una de las condiciones, *dador*, *dado*, *receptor*, son entidades complejas, que tienen la relación *dar*, que es simple, como componente.

Ahora bien, la concepción de Platón en el *Fedón* es precisamente la concepción de una relación como el conjunto de las condiciones, siendo éstas primitivas, simples. *Las condiciones son justamente las Formas de Platón*. Así, siguiendo el ejemplo, según la doctrina del *Fedón*, la relación *dar* es el conjunto de condiciones [*dador*, *dado* y *receptor*]. Pero estas Formas constitutivas de relación no pueden ser ejemplificadas independientemente. Esto es, *no* hay hechos representables con las fórmulas.

$D^1(a)$; $D^2(i)$; $D^3(u)$; $D^1(a)D^2(i)$; $D^1(a)D^3(u)$; $D^2(i)D^3(u)$: Las tres Formas *dador*, *dado* y *receptor* sólo pueden ser ejemplificadas en compañía, no a solas. En otras palabras, los hechos relacionales no son reductibles a los hechos cualitativos, y se distinguen de éstos en que son hechos multiformales, pero no son múltiples de hechos.

Tal es la teoría de las relaciones que Platón formula en el *Fedón* 100-102. Paso ahora a defender esa interpretación. Primero quiero mostrar que mi interpretación ilumina textos del *Fedón* que han parecido oscuros. En segundo término quiero mostrar que la teoría de Platón es lógicamente correcta. Por tanto, es una alternativa genuina en ontología.

II

En *Fedón* 100B-E Platón explica que cada cosa tiene una cualidad o propiedad en virtud de su participación en una Forma, y aplica el principio a propiedades relacionales. "Y cosas grandes (altas) son grandes (altas), y las más grandes (altas) son más grandes (altas), por la Grandeza, y las cosas más pequeñas por la Pequeñez" (100 E4-6). Esta idea se repite varias veces en *Fedón* 101: lo grande es por la Grandeza y lo pequeño por la Pequeñez:

En la sección 101A Platón considera el caso de un hombre que es más grande que otro, y dice que el primero lo es por la grandeza y el segundo lo es por la Pequeñez, y agrega una explicación clarísima:

> Temerías, pienso, que alguien te confrontase con la respuesta, si dijeras que un hombre es más grande que otro, y éste más pequeño, por la cabeza, primero, que por *la misma cosa* el más grande es más grande y el más pequeño es más pequeño. . . [el subrayado es mío].

O sea pues, que en el hecho relacional "Simmias es más grande que Sócrates" hay dos ejemplificaciones: Simmias ejemplifica Grandeza, y Sócrates ejemplifica Pequeñez.

Naturalmente, si esto fuera toda la historia, la teoría será desastrosa, pues resulta que está el hecho "Fedón es más grande que Simmias." Por tanto, Simmias ejemplifica Pequeñez también. Pero hay una incompatibilidad entre la Grandeza y la Pequeñez. Este es precisamente el paso que Platón da: resolver el peligro de una contradicción. En 102B-C Platón resuelve la dificultad:

> "Pero entonces," dijo Sócrates, "¿aceptas que 'Simmias sobrepasa (es más grande que) Sócrates" no es verdad así dicho con estas palabras?
>
> Pues ¿no es de ninguna manera verdad que Simmias tenga en sí mismo el sobrepasar en virtud de que es Simmias, sino que sobrepasa en virtud de que la Grandeza que posee?

> ¿No es, además, el caso que Simmias tiene en sí el sobrepasar a Sócrates porque Sócrates es Sócrates, sino porque Sócrates posee Pequeñez *con respecto a* su Grandeza?

Aquí Platón introduce lo que arriba describí diciendo que las Formas Grandeza y Pequeñez, que constituyen la relación *más-grande-que*, no pueden ser ejemplificadas independientemente, esto es, no hay hechos "X ejemplifica la Grandeza" o "y ejemplifica la Pequeñez." Esta concatenación de Formas relacionales en relaciones es precisamente esa conexión *con-respecto-a* (πρός) que Platón introduce finalmente.

Platón continúa su exposición ontológica y hace una distinción entre las Formas en sí y sus manifestaciones en los particulares que las ejemplifican. Pero esta doctrina no tiene nada específico que ver con las relaciones o los hechos relacionales. Por lo tanto, la pasaré por alto en este ensayo.

Concluyo con una nota. Comentaristas del *Fedón* han encontrado un misterio en las palabras de Platón de que la oración "Simmias sobrepasa Sócrates" no es verdad así dicha. Mi exégesis es ésta: esa oración no es verdad así dicha, es decir, la oración no expresa perspicuamente el hecho que significa, porque la oración menciona explícitamente sólo una Forma, la de sobrepasar, es decir, Grandeza, y no la otra Forma que tiene que entrar en ese hecho, esto es, Pequeñez.

III

Paso ahora a mostrar que la teoría platónica de las relaciones es lógicamente satisfactoria. Específicamente, lo que quiero mostrar es que una proposición lógicamente verdadera en la teoría ordinaria de las relaciones es lógicamente verdadera en la teoría platónica. En breve, quiero mostrar que la concepción platónica de las relaciones puede formularse en un cálculo lógico que entrega las mismas verdades lógicas que el cálculo ordinario de relaciones.

Un lenguaje platónico formal es como un lenguaje ordinario del cálculo de cuantificadores, excepto que los predicados primitivos platónicos son todos de grado 1. Para simplificar supongamos que todos los predicados son expresiones con tres índices: $A^{i,n,j}$, donde 'j' es el índice asignado al predicado en una enumeración, 'n' indica el grado de la relación a expresarse, 'i' indica el i-simo componente de la relación n-ádica en cuestión. Esto requiere que la única regla de formación que distingue el lenguaje platónico del lenguaje formal ordinario es la regla siguiente:

(R) Secuencias de signos primitivos de la forma que sigue son fórmulas bien formadas del lenguaje platónico:

$A^{h_1,n,j}(x_1)\ A^{h_2,n,j}(x_2) \ldots . \ A^{h_n,n,j}(x_n)$,
en que: (a) $h_s \neq h_t$, si $s \neq t$; (b) $h_1 + h_2 + \ldots + h_n = 1 + 2 + \ldots + n$ y (c) cada uno de $x_1, x_2, \ldots, x_n$ es un signo individual.

Indudablemente, el hecho "Simmias es más grande que Sócrates" es el mismo hecho "Sócrates es más pequeño que Simmias." En general, el orden en que los símbolos que significan Formas aparecen en las fórmulas introducidas por (R) no tiene importancia. Por tanto, el cálculo platónico incluye un axioma que permite la conmutabilidad de los componentes de la forma "$X^{s,t,j}$ (x_i)." Los axiomas restantes son idénticos a los axiomas del cálculo ordinario de cuantificadores.

Ahora bien, lo que tenemos que proponer es una semántica adecuada para el cálculo platónico. La semántica corriente se puede resumir en los siguientes principios para fórmulas atómicas:

1. Un *modelo* es un par ordenado [S, D], en que:

   i. S es un conjunto no vacío: $S \neq \phi$.
   ii. $D \neq \phi$.
   iii. Cada miembro de D es un *n*-eto ordenado $[r_1, \ldots, r_n]$ tal que: $n > 0$; y cada r_i es un miembro de S.

2. Una *interpretación* I sobre un modelo M es una función que asigna a cada signo individual del cálculo un miembro de S y a cada predicado $A^{n,j}$ de grado n un miembro de S cuyos miembros son n-etos.

3. Una *valuación* V determinada por una interpretación I sobre un modelo M es una función que asigna *1* (o *verdad*) o *0* (o falsedad) a cada fórmula bien formada del cálculo. La cláusula fundamental para fórmulas atómicas es ésta:

   V1. $V(A^{n,j}(x_1, \ldots, x_n), I, M) = 1$ si y sólo si $[I(x_1, M), \ldots, I(x_n, M)]$ es un miembro de $I(A^{n,j}, M)$.

Para el cálculo platónico necesitamos lo que llamo *Estructuras relacionales platónicas*. Estas son pares ordenados [S, F], en que:

i. $S \neq \phi$.
ii. $F \neq \phi$.
iii. Cada miembro de F es un n-eto ordenado $[r_1, \ldots, r_n]$, tal que: (a) $n > 0$; (b) $r_i \neq \phi$; (c) cada r_i es un mapa de un ordinal sobre S, esto es una secuencia de miembros de S con repeticiones posibles.

Sea $m = [S, F]$ una estructura relacional platónica. Defino: una interpretación platónica H sobre m de los símbolos del cálculo platónico es una función tal que:

H1. $H(x,m)$ es un miembro de S, siendo x un signo individual;
H2. $H(A,m)$ es un miembro de F, siendo A un complejo predicativo platónico.

Cada interpretación platónica determina una valuación, que es una función W como V arriba, excepto por el caso de las fórmulas atómicas:

W1. $W(A^{h}{}_{1}(x_1)\ A^{h2}(x_2) \ldots A^{hn}(x_n), H, m) = 1$, si y sólo si hay un ordinal k tal que el k miembro de $H(A^{ht},m)$ es idéntico a $H(x_t, m)$, para $t = h_1, \ldots, h_n$.

Nota: en W1 hemos abreviado '$A^{h}\alpha,^{n,j}$' a '$A^{h\alpha,n,j}$' para $\alpha = h_1, \ldots, h_n$.

Como de costumbre, una fórmula f de un cálculo es *satisfactible*, si y sólo si hay modelo m de su tipo correspondiente y hay interpretaciones I y valuaciones V tales que $V(f,I, m) = 1$. Esta definición vale también para el cálculo platónico de relaciones y para las estructuras relacionales platónicas.

Es realmente asunto rutinario levantar pruebas de consistencia y de completación para el cálculo platónico con respecto a sus correspondientes modelos platónicos. Pero lo más fácil es mostrar una equivalencia entre el cálculo platónico y el cálculo ordinario. Eso establece que el primero es tan lógicamente adecuado como el segundo. Como la diferencia entre los cálculos reside en su tratamiento de las fórmulas relacionales atómicas, nos limitaremos aquí a mostrar la equivalencia para tales fórmulas solamente.

En vista del teorema de Löwenheim y Skolem (de que si un conjunto de fórmulas es satisfactible por un modelo lo es por un modelo enumerable), sólo basta establecer el siguiente:

Metateorema. Una fórmula platónica de la forma $A^{h1,n,j}(x_1)\ldots A^{hn,n,j}(x_n)$ es satisfactible por un modelo platónico enumerable, si y sólo si la correspondiente fórmula ordinaria $A^{n,j}(x_1,\ldots,x_n)$ es satisfatible por un modelo ordinario enumerable.

Demostración. Sea la fórmula platónica $A^{h1,n,j}(x_1)\ldots A^{hn,m,j}(x_n)$ satisfactible por el modelo platónico enumerable $m = [S,F]$. Construimos un modelo ordinario a partir de m, en el cual la fórmula ordinaria correspondiente es satisfactible. Ese modelo ordinario es $M = [C, D]$, si identificamos la interpretación ordinaria $I(X, M)$ con la interpretación platónica sobre m, $H(x, M)$, y construimos el conjunto D a partir de F del modo que sigue. Primero construimos la interpretación ordinaria de predicados: $I(A^{n,j}, M)$ es el conjunto de todos los n-etos ordenados $[r_1,\ldots r_n]$ tales que para un número entero e el ésimo miembro de $H(A^{i,n,j},m)$ es r_i. El conjunto D tiene como miembros todos los conjuntos $I(A^{n,j},M)$. Evidentemente, la fórmula ordinaria $A^{n,j}(x_1,\ldots x_n)$ es satisfactible por M, que es un modelo enumerable puesto que lo es S.

De otra parte, sea la fórmula ordinaria $A^{n,j}(x_1,\ldots,x^n)$ satisfactible en un modelo ordinario enumerable, $M = [S. D]$. Por el teorema del ordenamiento completo, cada miembro de D puede ser ordenado en un conjunto d_n de n-etos. Por el axioma de la selección podemos seleccionar para cada entero k secuencia $C_{n,k}$ que conserva el orden de d_n de modo que los miembros de $C_{n,k}$ son los k-simos miembros de d_n. Sea C_n el n-eto ordenado $[C_{n,1},\ldots,C_{n,n}]$ para cada valor de n. Sea F el conjunto de todos los C_n. Evidentemente, $M = [S, F]$ es una estructura relacional platónica, que satisface la fórmula platónica $A^h 1,^{n,j}(x_1)\ldots A^h n,^{n,j}(x_n)$.

IV

Con el metateorema anterior es fácil probar que cada fórmula platónica lógicamente válida, es decir satisfacitble en todos los modelos platónicos, corresponde a una fórmula ordinaria abreviada lógicamente válida. Por tanto, el cálculo platónico representa adecuadamente la estructura lógica general de los hechos o proposiciones relacionales. Por tanto, la concepción de Platón en el *Fedón* de los hechos relacionales no sufre de ningún defecto lógico. Y Platón no confundió las relaciones con las cualidades, a pesar de la opinión contraria de muchos historiadores de la filosofía griega.

Consecuentemente, la diferencia entre Platón y los filósofos modernos es puramente ontológica. Y el problema queda abierto acerca de si la concepción platónica de que cada relación es una cadena de Formas es metafísicamente superior a la concepción ordinaria o no. Naturalmente, no trataremos de decidir este punto. Bástenos con poder establecer que Platón no cometió ningún error lógico en el *Fedón*. Por supuesto, el *Fedón* tampoco incluye un estudio de la lógica de las relaciones. Su tema, por lo menos en 100-105, es ontológico. Es lo ontológico, precisamente, lo que se representa en un sistema formal mediante las categorías de signos primitivos y las reglas de formación. Por tanto, mi sistematización vindica la concepción de Platón como formalmente satisfactoria.

Indiana University