

## Estudio Crítico

### EL FREGE KANTIANO\*

GUILLERMO E. ROSADO HADDOCK

Esta importante antología editada por Leila Haaparanta y Jaakko Hintikka, en la que colaboran catorce estudiosos de Frege ubicados en los Estados Unidos de América, consiste de doce artículos precedidos por una introducción de los editores. Como es sabido, el interés por la obra de Frege en dicho país ha aumentado considerablemente en las últimas dos décadas, en parte como una especie de reacción a la interpretación de Frege propugnada por Michael Dummett en *Frege: Philosophy of Language* (1973) y en escritos posteriores. La presente antología es una clara muestra de dicho interés. Ella está dividida en cuatro partes. La primera parte, que sirve a manera de introducción, consiste de la introducción general por los editores, Haaparanta y Hintikka, y de un artículo de carácter general escrito por Joan Weiner bajo el título "Putting Frege in Perspective". La segunda parte, cuyo subtítulo es "Semantics and Epistemology", consiste de los siguientes cinco artículos: "Frege and Vagueness" del distinguido historiador de la lógica ya fallecido Jean Van Heijenoort, "Semantic Content and Cognitive Sense" de Hans Sluga, "Objectivity and Objecthood: Frege's Metaphysics of Judgement" de Thomas G. Ricketts, "Frege on Truth" de Tyler Burge y "Frege on Existence" de Leila Haaparanta. La tercera parte, cuyo subtítulo es "Logical Theory", consiste de los siguientes tres artículos: "Frege's Proof of Referentiality" de Michael D. Resnik, "Frege, Russell and Logicism: A Logical Reconstruction" de Nino B. Cochiarella, y "Frege's Technical Concepts: Some Recent Developments" de Robert B. Brandom. La cuarta y última parte, cuyo subtítulo es "Philosophy of Mathematics", consiste de los siguientes tres artículos: "Frege, Dedekind and the Philosophy of

---

\* Estudio crítico de Leila Haaparanta & Jaakko Hintikka, eds., *Frege Synthesized*, Dordrecht:: Reidel, 1986, 395 pp. Se examinan sólo algunos artículos.

Mathematics” de Philip Kitcher, “Continuity and Change in Frege’s Philosophy of Mathematics” de Gregory Currie, y “Grundgesetze, Section 10” de A. W Moore y Andrew Rein. La calidad de los artículos es bastante diversa, yendo desde los sofisticados trabajos de Resnik, y de Moore y Rein sobre problemas bastante especializados de *Grundgesetze der Arithmetik* (brevemente: *GGA*) hasta trabajos que no son mucho mejores que buenas monografías de estudiantes graduados. No obstante, el criterio para seleccionar los artículos que vamos a comentar a continuación no ha sido su calidad, sino el hecho de que son posiblemente los más representativos de esa corriente interpretativa de la obra de Frege a la que aludimos anteriormente, que contrasta radicalmente con la interpretación de Dummett. Así pues, a continuación comentaremos brevemente los artículos de Weiner, Sluga, Burge y Kitcher.

(A) Joan Weiner, “Putting Frege in Perspective”.

Weiner comienza su artículo (p. 9) con una formulación de la tesis sostenida por Dummett en *Frege: Philosophy of Language* de que Frege no tuvo antecesores filosóficos, concepción que ella rechaza. Ella más bien coincide con la interpretación de Sluga y Kitcher de que Frege estaba respondiendo a lo que él entendía que era la epistemología kantiana. Weiner nos recuerda (p. 10) que Kitcher interpreta la obra de Frege como motivada por una preocupación con la epistemología kantiana, y que Sluga ha argumentado que el trabajo de Frege pretendía ser una contribución al neo-kantianismo. El propósito de Weiner (véase p. 10) es el de tratar de conectar al Frege neo-kantiano del siglo XIX con el Frege filósofo del lenguaje y de la matemática del siglo XX. Para ver esa conexión, ella va a examinar ciertas tensiones en las concepciones de Frege y las restricciones que se le imponen a cualquier respuesta fregeana a esas tensiones, partiendo del presupuesto de que las preocupaciones de Frege son epistemológicas (y en cierto sentido, kantianas). Según Weiner (p. 11) la obra de Frege debe ser vista como motivada por un descontento con algunos detalles de la epistemología kantiana, y por un deseo de hacer funcionar una versión de dicha epistemología. En opinión de Weiner (p. 11), el proyecto general de Frege era la modificación de la epistemología kantiana para incorporar las verdaderas reglas del pensar; pero la sustitución de la lógica aristotélica por la nueva lógica de Frege produjo tensiones en lo que

Frege consideraba la concepción kantiana. Según Weiner (p. 11), toda la subsiguiente obra de Frege puede ser vista como intentos de enfrentar los problemas que surgían de dicha sustitución. Weiner cita (p. 11) como apoyo a su kantianización de Frege un conocido pasaje de *Die Grundlagen der Arithmetik* (brevemente: *GA*) en el que Frege habla de su acuerdo con Kant acerca de la naturaleza sintética a priori de la geometría y su desacuerdo acerca de la naturaleza de la aritmética.

Antes de continuar, nos parece apropiado insertar unos comentarios acerca de la concepción general de Weiner que acabamos de presentar. Primeramente, cabe mencionar que un matemático alemán del siglo XIX, con alguna formación filosófica —como era el caso de Frege, que había asistido a cursos de Lotze—, y que escribía sobre lógica y filosofía de la matemática, estaba prácticamente obligado a hacer mención en una obra como *GA* de sus coincidencias y diferencias de opinión con Kant, e incluso a adoptar la terminología kantiana de ‘sintético’ y ‘analítico’, ‘a priori’ y ‘a posteriori’ para facilitar la comunicación con sus potenciales lectores. Ciertamente, Frege manifiesta su desacuerdo con Kant respecto de la aritmética —una vez caracterizó de una manera más precisa que Kant la noción de ‘analiticidad’—, y su acuerdo respecto de la geometría. Pero sus argumentos a favor de la sinteticidad a priori de la geometría no parecen comprometerlo con las tesis más distintivas de la epistemología kantiana. De un modo más general, el supuesto de que Frege (en particular, el Frege del siglo XIX) era un defensor de la epistemología kantiana es a nuestro juicio insostenible. En sus tres trabajos más importantes, todos ellos escritos antes de 1900, a saber, *Begriffsschrift* (brevemente: *BS*), *GA* y el primer tomo de *GGA*, Frege deja meridianamente claro que su objetivo es el establecimiento de la tesis logicista, y dicho objetivo contradecía abiertamente una de las principalísimas tesis kantianas, a saber, la tesis de la sinteticidad a priori de la aritmética. Más aún, ni en sus escritos más breves anteriores a 1900 —como sus famosos artículos de 1891-92— ni, en general, en sus escritos posteriores, con excepción del los de sus últimos años, hay nada que recuerde las tesis distintivas del kantianismo. Aparte de la utilización en *GA* de la terminología kantiana antes mencionada y su concordancia con Kant acerca de la geometría, tal vez su única otra coincidencia con Kant antes de 1923 era la creencia (no privativa del kantianismo) en una división de nuestras facultades cognoscitivas. De hecho, Frege solía evitar hablar de temas epistemológicos por temor a caer en el psicologismo, y sólo cuando finalmente abandona toda esperanza de una fundamentación logicista de

la aritmética es que él habla explícitamente de facultades cognoscitivas (o fuentes del conocimiento) en sus escritos de 1923 a 1925, y defiende una concepción epistemológica cercana a la de Kant. Pero precisamente en dichos escritos Frege recalca que en él se había producido un cambio de opinión, ya que toda su vida había creído que la fuente lógica de conocimiento era la única que intervenía en el conocimiento aritmético, mientras que en esos últimos escritos se había visto obligado a reconocer que la fuente de conocimiento espacial (y temporal) también intervenía en la fundamentación de la aritmética. Así pues, no hay base alguna para sostener —como sostiene Weiner— que Frege fue toda su vida un (neo-)kantiano.

Weiner sostiene (pp. 17-18) que la concepción acerca de las definiciones que Frege expresa en su correspondencia con Hilbert y en algunos escritos posteriores a 1900 estaba ya implícita en *GA*, pero que no se podía hacer explícita porque sin la distinción entre sentido y denotación, se seguiría que todo nuestro lenguaje ordinario carece de sentido. No obstante, Weiner menciona (p. 18) que hay ciertas tensiones entre dicha obra y la concepción de Frege acerca de las definiciones, a saber: (1) En *GA* Frege indica que las definiciones a menudo requieren justificación, contrario a lo que parece decir en una carta a Hilbert. (2) Si es cierto que Frege definió el 'uno' en *GA*, de acuerdo con la carta, parecería que el 'uno' no tenía previamente denotación, lo que parece poco plausible. (3) Frege no ofrece una definición arbitraria del 'uno' en *GA*, pero lo dicho en la carta a Hilbert no da cabida a ninguna restricción impuesta a las definiciones. Respecto de (2) Weiner añade (p. 19) que la noción de denotación de Frege es lo suficientemente peculiar como para que se pueda sostener que el 'uno' no tenía denotación antes de la obra de Frege. Más aún, Weiner sostiene (p. 20) que la distinción entre sentido y denotación puede ser vista como una respuesta parcial a la aparente convicción de Frege de que el lenguaje ordinario carece de significado. Weiner añade (p. 20) que, de acuerdo con lo anterior, 'cero es menor que uno' tendría sentido pero no denotación antes de la obra de Frege, y que éste estaba convencido de ello.

No podemos continuar sin comentar algunas de las aserciones de Weiner que acabamos de mencionar. Aunque no podemos detenernos aquí a analizar el tema de las definiciones en Frege, ni, en particular, la relación entre las definiciones ofrecidas en *GGA* y la caracterización de las definiciones en obras posteriores, lo que nos llevaría demasiado lejos, sí nos parece que Weiner aporta muy poco o nada a su esclarecimiento.

Para un estudio muy superior al de Weiner sobre este tema, remitimos al lector al artículo de Michael Dummett "Frege and the Paradox of Analysis". Sin embargo, aseveraciones como las de que, (1) antes de las definiciones de Frege de 'uno' y de 'cero', el 'uno' y el 'cero' no tenían denotación, y el enunciado 'Cero es menor que uno' tenía sentido pero no denotación, (2) que para Frege el lenguaje ordinario carece de sentido, y (3) que la distinción entre sentido y denotación puede ser vista como una respuesta a esta última convicción, son desaciertos que no pueden ser pasados por alto. Respecto de este último punto, conviene recordar primeramente que parece haber sido su insatisfacción con su interpretación de los enunciados de identidad en *BS* lo que llevó a Frege a la distinción entre el sentido y la denotación. Pero esta distinción había ido madurando desde la obra de Bolzano, y Husserl llegó a ella más o menos al mismo tiempo que Frege y con independencia de éste. Por cierto que esa noción —excepto por su identificación, no compartida por Husserl, de la denotación de los enunciados con su valor veritativo— no tiene nada de peculiar. Respecto de (1) basta con referirnos a los diversos argumentos que ofrece Frege en *GA* a favor de la objetividad de los números, algunos de los cuales son muy similares a los argumentos que ofrece treinta y cuatro años más tarde al defender la objetividad de los pensamientos. Que Frege creyese que antes que él nadie había definido adecuadamente, por ejemplo, al 'uno' no quiere decir que la palabra 'uno' careciese de denotación hasta que Frege se la creó mediante su definición. Más aún, por lo menos a partir de 1893, Frege repudia explícitamente las llamadas definiciones creativas. El punto (2) es tan insólito que no amerita comentario alguno.

Finalmente, queremos mencionar que Weiner sostiene (p. 22) que para Frege 'objetivo' significa estar sujeto a las leyes de la conceptografía. Ahora bien, como las representaciones y sensaciones están sujetas a las leyes de la aritmética y, por ende, también a las de la lógica (expresadas en la conceptografía), que serían por lo menos tan generales como las de la aritmética, cabría inferir de la anterior aseveración de Weiner que las representaciones y sensaciones son objetivas. Pero esto claramente contradice lo que piensa Frege. (Véase al respecto *GA* y "Der Gedanke", abreviado *G*.)

(B) Hans Sluga, "Semantic Content and Cognitive Sense".

En este artículo Sluga intenta comparar las teorías semánticas a la usanza de Frege con las teorías semánticas a la usanza de Russell. Como bien nos dice Sluga (p. 47), las teorías russellianas (brevemente R-teorías) suponen que una teoría satisfactoria del significado puede ser construida haciendo uso de la relación diádica '*e* denota a *r*', mientras que los teóricos fregeanos (brevemente: F-teóricos) sostienen que para que una teoría del significado sea satisfactoria se requiere una relación triádica, a saber, '*e* denota a *r* a través de su sentido *s*'. Obviamente, como señala Sluga (p. 47), en una F-teoría se puede definir la relación russelliana descrita más arriba del modo siguiente:

$$e \text{ denota}_R \text{ a } r \equiv_{Df} (\exists s)(e \text{ denota}_F \text{ a } r \text{ vía } s)$$

Cabe entonces preguntarse con Sluga si hay condiciones de adecuación que sólo pueden satisfacer las F-teorías.

Sluga sostiene (pp. 47-48) que no hay conexión lógica alguna ni entre las F-teorías del significado y el análisis fregeano de las descripciones definidas, ni entre las R-teorías y el análisis russelliano de las descripciones definidas. Como esto no resulta nada de evidente, Sluga va a tratar de mostrarlo en el artículo que nos ocupa. De hecho, Sluga nos dice (p. 48) que si bien es cierto que toda condición de adecuación para teorías del significado satisfecha por una R-teoría es también satisfecha por una F-teoría, parecería ser que existen condiciones de adecuación satisfechas por las F-teorías que no puedan ser satisfechas por las R-teorías. Una tal condición ofrecida por Frege en "Über Sinn und Bedeutung" (brevemente: *SB*) sería la siguiente: Condición A: Una teoría del significado tiene que explicar la diferencia intuitivamente obvia entre enunciados de identidad trivialmente verdaderos y enunciados de identidad informativamente verdaderos. Sluga va a argumentar que las R-teorías satisfacen la condición anterior, aunque sólo parcialmente. Con este propósito, él introduce la noción de contenido semántico, la cual, según Sluga (p. 49), es especificable mediante términos sintácticos y la relación russelliana de denotación, y que puede hacer mucho de lo que presuntamente hace la noción fregeana de sentido.

Según Sluga (p. 49), intuitivamente el contenido semántico es la información ofrecida por la composición de una expresión, con base en las denotaciones de sus partes constituyentes; por lo que en el caso de las expresiones simples el contenido semántico varía de acuerdo con la si-

guiente caracterización. Dos expresiones simples tienen el mismo contenido semántico si y sólo si ellas tienen la misma denotación. Dos expresiones compuestas tienen el mismo contenido semántico si y sólo si ellas son construidas de la misma manera a partir de expresiones constituyentes con el mismo contenido semántico. Así pues, nos dice Sluga (p. 50), si ' $a$ ' y ' $b$ ' tienen el mismo contenido semántico, y ' $f$ ' y ' $g$ ' tienen el mismo contenido semántico, entonces también ' $f(a)$ ' y ' $g(b)$ ' tienen el mismo contenido semántico. Pero si ' $a$ ' y ' $b$ ' tienen diferente contenido semántico, entonces también ' $f(a)$ ' y ' $g(b)$ ' tienen diferente contenido semántico, aún cuando puedan tener la misma denotación. (Cabe mencionar que en este caso si ' $a$ ' y ' $b$ ' son expresiones simples, ellas no pueden tener la misma denotación, pero si fueran a su vez compuestas, por ejemplo, si ' $a$ ' fuese ' $b(c)$ ' y ' $b$ ' fuese ' $j(d)$ ' entonces ellas también podrían tener la misma denotación.) Finalmente, nos dice Sluga (p. 50), que si ' $h$ ' es una relación diádica, ' $h(a,b)$ ' y ' $h(b,a)$ ' tienen diferente contenido semántico, ya que están construidas de diferente manera a partir de las mismas expresiones constituyentes, pero pueden tener —cabe añadir: aunque no necesariamente tienen que tener en todas las teorías que se podrían incluir entre las F-teorías— la misma denotación.

En el caso de las descripciones definidas, nos dice Sluga (p. 50), cabe distinguir entre la denotación y el contenido semántico. Así pues, 'el maestro de Alejandro Magno' y 'el autor de la *Metafísica*' son expresiones con la misma denotación pero diferente contenido semántico. Por ende, el enunciado de identidad 'el maestro de Alejandro Magno es (idéntico a) el autor de la *Metafísica*' es informativo. En esta suerte de enunciados de identidad —entre descripciones definidas— la noción de contenido semántico parece dar cuenta adecuadamente, nos dice Sluga (pp. 50-51), de la distinción entre enunciados informativos y enunciados triviales, pero no así en el caso de enunciados de identidad entre nombres propios o entre un nombre propio y una descripción definida. Específicamente, añade Sluga (p. 51), de acuerdo a la caracterización que se hizo de la noción de contenido semántico, todos los enunciados de identidad verdaderos entre nombres propios tienen que ser triviales y todos los enunciados de identidad verdaderos entre un nombre propio y una descripción definida tienen que ser informativos. Sluga sugiere (p. 51) modificar la definición original del modo siguiente: Cuando una expresión simple ha sido introducida explícitamente mediante una descripción definida, el contenido semántico de la expresión simple será el mismo que el de la descripción definida; dos expresiones simples no

introducidas de ese modo tienen el mismo contenido semántico si y sólo si ellas tienen la misma denotación. Así pues, nos dice Sluga (p. 51), que mientras que de acuerdo a la primera caracterización de contenido semántico el enunciado 'Tulio es (idéntico a) Cicerón' es trivial, de acuerdo a la nueva caracterización él es informativo si exactamente uno de los dos nombres propios ha sido introducido por una descripción definida. Obviamente, si ambos nombres propios han sido introducidos por descripciones definidas, el enunciado en cuestión puede ser trivial o informativo, dependiendo de si las dos descripciones definidas tienen o no el mismo contenido semántico.

No obstante, ni la anterior modificación de la definición de contenido semántico ni otras adicionales van a cambiar el hecho, según Sluga (p. 52), de que no podemos apresar completamente la distinción intuitiva entre enunciados de identidad triviales y enunciados de identidad informativos mediante la noción de contenido semántico. Sluga concluye (p. 52) que en este aspecto las F-teorías parecen ser superiores a las R-teorías; pero esto bajo el supuesto de que se acepta sin restricciones la Condición A.

Sluga pasa luego (p. 53) a distinguir entre trivialidad semántica y trivialidad cognoscitiva, y entre informatividad semántica e informatividad cognoscitiva. Así, por ejemplo, 'Aristóteles fue el maestro de Alejandro Magno' sería semánticamente informativo pero cognoscitivamente trivial. Según Sluga (p. 53), Frege introdujo su noción de sentido para dar cuenta de enunciados de identidad semánticamente informativos pero cognoscitivamente triviales. Esto que dice Sluga es difícil de conciliar con lo que dice Frege en *SB* sobre este asunto, a saber, que él quiere dar cuenta de la diferencia en valor cognoscitivo entre enunciados verdaderos de la forma ' $a = b$ ' (por ejemplo, 'El lucero del amanecer es (idéntico a) el lucero del atardecer') y enunciados de la forma ' $a = a$ ' (por ejemplo, 'El lucero del amanecer es (idéntico a) el lucero del amanecer'). Ahora bien, con base en el ejemplo que ofrece Sluga, cabría pensar que él consideraría semánticamente informativos pero cognoscitivamente triviales a enunciados como 'El lucero del amanecer es (idéntico a) el lucero del atardecer' y 'El autor de la *Metafísica* es (idéntico a) el maestro de Alejandro Magno'. De ser así, cabría preguntarle a Sluga si él también considera cognoscitivamente trivial el siguiente enunciado, construido de un modo similar a los anteriores: 'El teorema de Chang-Łoś-Suszko es (idéntico a) el teorema de preservación de uniones de cadenas de modelos'. Si Sluga considerase cognoscitivamente informativo a este último



enunciado de la forma ' $a = b$ ' pero cognoscitivamente trivial al ejemplo de Frege 'El lucero del amanecer es (idéntico a) el lucero del atardecer', que es también de la forma ' $a = b$ ', entonces resulta claro que él estaría desvirtuando la distinción de Frege entre sentido y denotación al interpretarla mediante nociones epistémicas. Si, por el contrario, él considerase cognoscitivamente informativos a ambos enunciados, como él también tendría que considerarlos semánticamente informativos, la distinción misma entre informatividad cognoscitiva e informatividad semántica parecería diluirse. (Obviamente, estamos suponiendo que Sluga no considera cognoscitivamente trivial al enunciado de identidad 'El teorema de Chang-Łoś-Suszko es (idéntico a) el teorema de preservación de uniones de cadenas de modelos'. Más aún, la presunta trivialidad cognoscitiva de los restantes enunciados de identidad de la forma ' $a = b$ ' mencionados más arriba parece introducir un componente adicional ajeno a Frege en la discusión, a saber, la relativización a individuos de un determinado nivel de educación en una sociedad con determinadas características.)

De hecho, Sluga sostiene (pp. 53-54) que la noción de sentido es cognoscitiva y no semántica, y argumenta al respecto —de un modo circular— que si las nociones semánticas son aquéllas que pueden ser explicadas en términos de la naturaleza y estructura de las expresiones lingüísticas y de aquello que ellas denotan, entonces la noción de sentido no es semántica sino epistémica. Dicho de una manera más escueta: si la semántica se ocupa sólo de las expresiones y de sus denotaciones, entonces los sentidos no son semánticos, sino, en todo caso, cognoscitivos. Según Sluga (p. 54), las F-teorías tienden a mezclar los aspectos semánticos y cognoscitivos del lenguaje, y cita como ejemplo el uso que hace Husserl de la noción de sentido de Frege y su generalización a la noción de noema, para, con ayuda de esta noción, desarrollar una teoría del conocimiento.

Aunque en múltiples ocasiones hemos indicado que la creencia de que Husserl obtuvo su noción de sentido de Frege es un desacierto historiográfico, nos vemos obligados a hacer unos breves comentarios. Husserl obtuvo la distinción entre sentido y denotación aproximadamente al mismo tiempo que Frege y con independencia de éste. La distinción está ya en su reseña de 1891 del libro de Schröder *Vorlesungen über die Algebra der Logik I* e incluso en forma rudimentaria en "Zur Logik der Zeichen", escrito en 1890, pero publicado póstumamente. El mismo Frege indica a Husserl la coincidencia de la distinción hecha por ambos (y las diferencias de detalle) en una carta de mayo de 1891, a raíz

de su lectura de la reseña del libro de Schröder que Husserl le había enviado. Es gracias a esa carta que Husserl se entera de que Frege también había hecho esa distinción. Al respecto se puede consultar tanto mi tesis doctoral *Edmund Husserls Philosophie der Logik und Mathematik im Lichte der gegenwärtigen Logik und Grundlagenforschung* como mi artículo "Remarks on Sense and Reference in Frege and Husserl", o el reciente libro de Claire Ortiz Hill, *Word and Object in Husserl, Frege and Russell*. Por cierto que en lo que concierne a la generalización a otros 'actos intencionales', Husserl la lleva a cabo ya en la *Quinta Investigación Lógica*, aunque aún no utilizaba la expresión 'noema'. Es lamentable que el principal defensor de la 'ubicación histórica de Frege' cometa desaciertos históricos tan elementales (aunque tan difundidos).

A partir de la p. 55 Sluga hace una extensa digresión acerca de Lotze y su aparente influencia sobre Frege. No vamos a detenernos en este asunto, en el que no tenemos grandes desacuerdos con Sluga. De hecho, nosotros creemos que Frege y el Husserl de *Logische Untersuchungen* deben ser ubicados —sin menoscabo de su originalidad— en una tradición filosófica que incluye como sus predecesores más notables a Lotze y a Bolzano, y que se remonta incluso hasta Leibniz. Hay un punto, sin embargo, mencionado por Sluga en el marco de su extensa comparación entre Lotze y Frege que no queremos pasar por alto. Sluga dice (p. 58) que en *BS* Frege sostiene que enunciados de identidad de la forma ' $a = a$ ' son analíticos, pero que enunciados de la forma ' $a = b$ ', donde ' $a$ ' y ' $b$ ' se refieren al mismo contenido, son sintéticos. A nosotros nos parece que esta última conclusión de Sluga requiere ser aclarada. En el pasaje al que alude Sluga, Frege parece querer decir que en los casos en que la diferencia entre las dos designaciones de un mismo contenido (léase: misma denotación) no es un asunto de la mera forma, los enunciados en cuestión son sintéticos. No resulta totalmente claro si en una ecuación aritmética como ' $5 + 3 = 9 - 1$ ' la diferencia entre ' $5 + 3$ ' y ' $9 - 1$ ' es de la mera forma. Lo que sí debe estar claro es que si Frege consideraba sintético a un tal enunciado, él no hubiese podido ser logicista en *BS*, so pena de contradecirse. De todos modos, no parece ser que Frege hubiese reflexionado suficientemente acerca de este asunto cuando escribió *BS*, pues la arbitrariedad con que a un objeto se lo vincula con un nombre introduce, bajo esta interpretación, un componente 'no-analítico' (empírico o convencional) en la legitimación de cualquier enunciado de la forma ' $a = b$ '. De hecho, la inadecuación de dicha interpretación de los enunciados de identidad se revela precisa-

mente al tratar de explicar por qué una ecuación aritmética como '5 + 3 = 9 - 1' es un enunciado analítico.

Según Sluga (p. 60), Frege introduce su noción de sentido para asegurarse del carácter analítico del notorio Principio V de *GGA*, introducido por primera vez en 1891 en "Funktion und Begriff". La interpretación de los enunciados de identidad en *BS* no era suficiente para garantizar el carácter analítico de dicho principio y, por ende, de la aritmética. Gracias a la noción de sentido, según Sluga (p. 60), se puede interpretar al Principio V como expresando la identidad del sentido de sus dos lados, a saber, en la simbología de Sluga:  $(\forall x)(f(x) = g(x))$  y  $\exists f(\epsilon) = \alpha g(\alpha)$ . Según Sluga (p. 60), de lo que se trata en el Principio V es de enunciados de forma diferente —y, por ende, de contenido diferente—, pero que son lógicamente equivalentes, gracias a que tienen el mismo sentido. Inmediatamente Sluga pasa a contestar una crítica hecha por Dummett a esta conocida interpretación de Sluga. Para Dummett, el comentario de Frege en "Funktion und Begriff" de que ambos lados del Principio V tienen el mismo sentido es meramente una formulación descuidada de Frege, ya que en *GGA* él más bien dice que los lados del referido principio son 'gleichbedeutend', que, de acuerdo con el uso que hace Frege de la palabra 'Bedeutung', habría que traducir como 'de igual denotación'. Sin embargo, Sluga arguye que en este contexto 'gleichbedeutend' debería ser traducido como 'de igual sentido'.

Así pues, según Sluga, lo que dice el Principio V es que  $(\forall x)(f(x) = g(x))$  y  $\exists f(\epsilon) = \alpha g(\alpha)$  tienen el mismo sentido, mientras que Dummett entendía que lo que tenían en común dichos enunciados era la denotación, lo que en el caso de Frege quiere decir que dichos enunciados tienen el mismo valor veritativo. Pero estas interpretaciones son claramente incorrectas. Si de lo que se trata en el Principio V fuese de la mismidad del valor veritativo, entonces no habría inconveniente en sustituir a cualquiera de los dos lados del referido principio por cualquier otro enunciado del mismo valor veritativo, ya que el valor veritativo del Principio V no se afectaría. Pero una tal sustitución le hubiese parecido inaceptable a Frege, quien obviamente entendía que la identidad expresada en el Principio V era una verdad lógica. La mismidad del valor veritativo es una relación demasiado débil como para que sea lo que Frege tenía en mente. Pero mismidad del sentido es una relación demasiado fuerte. Sostener, como sostiene Sluga (p. 60), que si queremos considerar un enunciado de la forma ' $a = b$ ' como una verdad lógica, tenemos que suponer que las expresiones ' $a$ ' y ' $b$ ' tienen el mismo

sentido, es un desacierto interpretativo. Justamente enunciados aritméticos paradigmáticos como ' $5 + 2 = 10 - 3$ ' pueden ser usados —y, de hecho, fueron usados por Frege (véase *GGA*, § 2)— como ejemplos de enunciados de la forma ' $a = b$ ', en los que ' $a$ ' y ' $b$ ' tienen la misma denotación pero diferente sentido; lo que muestra claramente que para la analiticidad de los enunciados de identidad no se requiere que las expresiones a los lados del signo de identidad tengan el mismo sentido. De hecho, en las semánticas del sentido y la denotación como la de Frege los enunciados de identidad expresan una relación de congruencia entre los sentidos de las expresiones a los lados del signo de identidad (o de dichas expresiones junto con sus sentidos) módulo mismidad de la denotación. (Véase al respecto nuestro "Identity Statements in the Semantics of Sense and Reference", en *Logique et Analyse* 100, 1982.) Lo que ocurre con el Principio V es que para interpretarlo adecuadamente hay que recurrir a una vieja noción de *BS*, que no aparece en su obra madura, a saber, la noción de contenido conceptual. Lo que los dos lados de dicho principio tienen en común no es su sentido (el cual es diferente) ni es meramente su valor veritativo (el cual comparten ya sea con 'París es la capital de Francia en 1993' o con 'París no es la capital de Francia en 1993'), sino su contenido conceptual. Esta es una noción intermedia entre la de sentido y la de valor veritativo —que parece anticipar la noción husserliana de situación de cosas—, y que Frege no siempre distingue de la noción de sentido. (Al respecto véase nuestro "On Frege's Two Notions of Sense", en *History and Philosophy of Logic* 7, 1986. Cabe mencionar, finalmente, que en su reciente libro *Frege: Philosophy of Mathematics* Michael Dummett parece haber modificado su interpretación del Principio V, acercándose un poco a la interpretación nuestra, aunque no lo suficiente.)

(C) Tyler Burge, "Frege on Truth".

El artículo de Tyler Burge "Frege on Truth" es el más extenso y uno de los mejor elaborados de toda la antología. No obstante, éste también contiene algunos errores interpretativos básicos a los que aludiremos a continuación. No es necesario recalcar que no podemos tratar aquí muchos de los puntos tocados por Burge en un artículo de casi sesenta páginas.

La tesis general de Burge (véase p. 98) es que las concepciones de Frege acerca de la verdad (y que Burge ubica en la filosofía del lenguaje de Frege) son más ricas y más centrales dentro de su teoría lógica y su filosofía del lenguaje que lo que se ha reconocido. Inmediatamente después Burge formula (pp. 98-99) cuatro tesis de la filosofía del lenguaje de Frege que él va a discutir a lo largo del artículo. Ellas son: (a) Los enunciados (no-defectuosos) tienen una denotación. (b) La denotación de un enunciado es un valor veritativo. (c) Los enunciados son del mismo tipo lógico que los términos singulares. (d) La denotación de un enunciado es un objeto. Además, Burge subraya la importancia (p. 99) de los dos principios de composicionalidad en la semántica de Frege, a saber, el principio (1) que dice que la denotación de una expresión compuesta está unívocamente determinada por las denotaciones de sus partes constituyentes, y el principio (2) que dice que el sentido de una expresión compuesta está unívocamente determinado por los sentidos de sus partes constituyentes.

En la página 99 Burge nos dice de una manera no exenta de confusiones que en *SB* Frege argumenta que el sentido de un enunciado al que Burge identifica no sólo (correctamente) con el pensamiento expresado por él, sino (incorrectamente) con su valor cognoscitivo, permanece el mismo independientemente de si las expresiones que lo componen tienen denotación. El añade que el sentido de un enunciado se fija independientemente de las denotaciones de los componentes, lo que junto con los dos principios antes mencionados le permite concluir a Frege que el sentido no puede ser concebido como su denotación. Aquí hay varias inexactitudes que conviene subrayar. Primeramente, cabe aclarar que Frege no está tratando de demostrar en *SB* que el sentido de un enunciado es diferente de su denotación — para lo que no habría que argumentar mucho, ya que es una consecuencia inmediata de los principios de composicionalidad y del hecho de que el sentido y la denotación de los nombres propios no coinciden—, sino que el pensamiento no es la denotación de los enunciados (de lo cual él concluye sin argumentar que debe ser su sentido). Más aún, el argumento de Frege para demostrar que el pensamiento no es la denotación de los enunciados es un simple argumento de sustituibilidad de una parte constituyente de un enunciado por otra expresión con la misma denotación pero diferente sentido. Por otro lado, no hay razón alguna para identificar al sentido de un enunciado con su valor cognoscitivo. Ciertamente, en *SB* Frege introduce la noción de sentido para explicar la diferencia en valor cognosci-

tivo entre un enunciado de la forma ' $a = a$ ' y uno de la forma ' $a = b$ '. Pero de ahí no se puede inferir ninguna identificación como la que hace Burge. La diferencia en los genes de dos personas puede ser utilizada para explicar la diferencia en estatura o en inteligencia entre las dos personas, pero, aún cuando ese fuese el único factor determinante de la estatura y la inteligencia, a ninguna persona sensata se le ocurriría identificar a los genes con la estatura o la inteligencia, o con ambas. (De hecho, cabe observar que si el sentido de ' $a$ ' es diferente del de ' $b$ ', ' $a = a$ ' y ' $b = b$ ' expresan pensamientos diferentes pero tienen el mismo valor cognoscitivo.)

Continuando con Burge, él sostiene (p. 100) que Frege no usa el término 'denotación' con un significado fijo, y que, en general, Frege tenía una actitud pragmática hacia su terminología. Luego Burge pasa a reproducir parte de la argumentación de Frege dirigida a mostrar que la denotación de los enunciados es su valor veritativo. Como es conocido, Frege sostiene que es porque estamos interesados en la denotación de los enunciados que nos interesa la denotación de sus partes constituyentes. Según Burge (p. 101), dicho argumento debe ser visto a la luz de la importancia del principio de composicionalidad de las denotaciones y del uso pragmático que hace Frege de su terminología. El añade (p. 101) que las denotaciones de los enunciados son 'lo que sea que pueda ser visto como central a la teoría lógica y funcionalmente dependiente de las denotaciones de sus partes constituyentes'. Esto último él lo interpreta (pp. 101-102) como una manifestación del principio del contexto de *GA*, el cual, según Burge, tomó varias formas no-equivalentes, si bien todas dichas formas pusieron énfasis en que el análisis del significado de una palabra tenía que ser llevado a cabo en el contexto de un análisis de su papel en un enunciado. Así pues, según Burge (p. 102), Frege está invocando mediante dicho argumento la primacía de los enunciados frente a sus partes constituyentes.

Aquí cabe observar que la argumentación de Frege comentada por Burge sólo nos dice que es porque nos interesa la denotación de los enunciados que nos preocupa que todas sus partes constituyentes tengan denotación. Cabe subrayar la palabra 'todas', pues lo que dice Frege no excluye que alguien se interese por la denotación de una palabra sin interesarse por las denotaciones de los enunciados en que pueda ocurrir. Más aún, lo que hace Frege no implica que haya que buscar la denotación de las partes constituyentes de los enunciados sólo en el contexto de las denotaciones de los enunciados. En el pasaje en cuestión de lo

que se trata no es del principio del contexto. De hecho, después de 1890 Frege no suele hacer mención del principio del contexto, aunque hay un cierto eco del mismo en su, por cierto, circular demostración de la referencialidad en *GGA*. Y es que, precisamente, el principio del contexto —o, más bien, los dos principios del contexto que habría que considerar separadamente una vez hecha la distinción entre el sentido y la denotación— no mezcla bien con los principios de composicionalidad. Además, en el caso de la denotación la situación es mucho más grave que en el caso del sentido, debido a que hay sólo dos posibles denotaciones (usuales) de los enunciados, a saber, lo verdadero y lo falso, por lo que conocer la denotación de uno o más enunciados en los que ocurre una expresión es totalmente irrelevante para la determinación de la denotación de dicha expresión, aun cuando se conozcan las denotaciones de todas las restantes partes constituyentes del enunciado. (Véase al respecto *GGA*, § 66 y *SB*, en *Kleine Schriften*, pp. 150-151.)

Burge sostiene con mucha vehemencia (véase pp. 102-103) que para Frege la lógica es una disciplina normativa, que pretende descubrir las propiedades normativas del pensar. Según él (p. 103), ese interés en las implicaciones normativas de la lógica subyace al principal argumento de Frege a favor de la tesis (b) mencionada más arriba, a saber, que es el valor veritativo aquella propiedad del enunciado que motiva nuestro interés en la denotación de las partes constituyentes. Específicamente, nos dice Burge (p. 104), el argumento de Frege es que, en vista de los objetivos normativos de la lógica y de nuestro interés en las denotaciones de los términos, el valor veritativo de los enunciados es el vehículo apropiado de los enunciados para vincularse vía el principio de composicionalidad de las denotaciones con las denotaciones de sus partes constituyentes. Además del anterior argumento Burge le atribuye a Frege (pp. 104-105) el argumento adicional de que el valor veritativo de un enunciado es dependiente de sus partes constituyentes precisamente de la manera requerida por el principio de composicionalidad de las denotaciones. Burge concluye este importante capítulo de su interpretación sosteniendo (pp. 107-108) que la noción normativa de la verdad es el aspecto semántico central de los enunciados y el concepto fundamental de la ciencia.

Antes de pasar a una crítica general de lo anterior, queremos mencionar que el segundo argumento (o segunda parte de la argumentación) de Frege a favor de la tesis de que la denotación de un enunciado es un valor veritativo es más bien un argumento (falaz, por cierto) de sustitui-

bilidad similar al usado para mostrar que el pensamiento no puede ser la denotación de un enunciado. El valor veritativo pasa la prueba, y Frege concluye precipitadamente que eso es lo único que pasa la prueba. No obstante, esa pequeña inexactitud de Burge no es nada comparada con la principalísima desinterpretación que subyace a toda la discusión. Para Frege la lógica no es una ciencia normativa —ni su objeto de estudio, la verdad, es ninguna norma—, sino una ciencia teórica, que estudia las leyes del ser verdadero, como la física estudia, por ejemplo, los fenómenos electromagnéticos o termodinámicos. Ahora bien, al igual que otras ciencias teóricas —y tal vez de un modo más visible, dada su generalidad—, la lógica admite un uso normativo, así pues, de ella se pueden extraer prescripciones para pensar de acuerdo con las leyes del ser verdadero. Si bien es cierto que en algunos textos publicados póstumamente (por ejemplo, en “Logik” de 1897, que es una especie de borrador de *G* hay aseveraciones aisladas de Frege que pueden dar base a una interpretación como la de Burge, en las obras más pulidas en las que se toca el asunto de la naturaleza de la lógica, Frege no deja mucha duda acerca de su verdadera convicción. Así, por ejemplo, en *GGA I*, p. XV, Frege nos dice que toda ley que expresa lo que es puede ser concebida como prescribiendo que se debe pensar de acuerdo con ella, y es, pues en este sentido una ley del pensar. Pero esto vale, nos dice Frege, tanto de las leyes geométricas y físicas como de las leyes lógicas. En *G* (véase *Kleine Schriften*, p. 342) Frege es aún más explícito. El nos dice que la palabra ‘ley’ se usa en dos sentidos diferentes, a saber: (1) como una prescripción que debe ser seguida, aunque lo que acontece no siempre concuerde con ella, y menciona como ejemplos de esta suerte de leyes a las leyes de las costumbres y del estado; y (2) como una descripción de lo general del acontecer, y a la que lo que acontece siempre se adecúa, como sucede con las leyes de las ciencias naturales. Frege sostiene que es en este último sentido que él habla de las leyes de la lógica como leyes del ser verdadero, aún cuando no se trate propiamente de un acontecer sino de un ser. Inmediatamente después, él añade que a partir de las leyes del ser verdadero resultan prescripciones (o normas) para el tener por verdadero, así pues, no sólo para el pensar, sino para el juzgar y el inferir; a partir de lo cual se origina, según Frege, la caracterización de las leyes lógicas como ‘leyes del pensar’, y también el peligro de confundir cosas totalmente distintas y desembocar en el psicologismo. De lo anterior cabe concluir sin lugar a mucha duda que toda la discusión expuesta en el párrafo anterior, así como mucho de lo



que sigue del artículo de Burge, está viciado por una elemental tergiversación del pensamiento de Frege.

Burge pasa luego a discutir el famoso argumento, inspirado en Frege, que han ofrecido entre otros Church, Gödel y Quine para mostrar que todos los enunciados verdaderos tienen la misma denotación. (Argumentando de un modo similar se establecería que todos los enunciados falsos también tienen la misma denotación.) Burge sostiene correctamente (p. 108) que dicho argumento es falaz. Sin embargo, Burge se equivoca al pretender desvincular totalmente la argumentación de Frege de dicho argumento, pues la segunda parte de la argumentación de Frege es una versión rudimentaria del referido argumento. En ambos casos se trata de transformaciones de enunciados en enunciados mediante la sustitución de partes constituyentes de enunciados por otras expresiones con el propósito de mostrar que sólo el valor veritativo de los enunciados permanece invariable bajo dichas transformaciones.

Continuando con Burge, éste sostiene (p. 111) que los argumentos de Frege a favor de la tesis (a) y el primero de los dos argumentos a favor de la tesis (b) son correctos, pero se cuestiona los méritos de los argumentos a favor de las tesis (c) y (d). No obstante, Burge trata de explicar (pp. 114-118) el origen y la justificación de dichas tesis en la obra de Frege. Según Burge (p. 122), el apoyo de Frege a la tesis (d) —a saber: las denotaciones de los enunciados son objetos— se debe en gran medida a las simplificaciones formales que generaba en su concepción de la lógica, y el esclarecimiento que presuntamente produciría de la noción de la extensión de un concepto. Sin embargo, nos dice Burge (p. 128), que a pesar de la tesis (d), los enunciados y los términos no son dondequiera intercambiables en el sistema de *GGA*, ya que sólo los enunciados pueden seguir a la raya vertical en la sintaxis de Frege. Burge añade (pp. 128-129) que lo anterior se debe a que la raya vertical se aplica siempre a la horizontal, la cual es en *GGA* una expresión conceptual que, aplicada a un enunciado verdadero tiene a lo verdadero como valor, y aplicada a un enunciado falso o a un término que no es un enunciado tiene a lo falso como valor. Pero como en el sistema formal de Frege sólo se afirma lo verdadero, la raya vertical no es aplicable a términos que no son enunciados, lo que, según Burge (p. 129), establecería una distinción entre enunciados y términos. Sin embargo, contrario a lo sostenido por Burge, la distinción que se estaría estableciendo sería más bien entre enunciados verdaderos y las restantes expresiones saturadas (incluyendo a los enunciados falsos). De hecho, Burge se confunde un poco cuando

dice (p. 129) que no podemos sustituir el enunciado que comienza con la raya vertical en ' $\vdash 2 + 3 = 5$ ' por un término singular que denote la verdad, ya que ' $\vdash$  lo verdadero' no es gramatical. Al respecto cabe indicar que ' $\vdash 2+3 = 5$ ' sería igualmente agramatical, y, en general, toda expresión de la forma ' $\vdash S$ ', donde ' $S$ ' representa a una oración, ya que en el sistema de *GGA* —al igual que en el de *BS*—, como el mismo Burge había indicado unas líneas más arriba, la raya vertical tiene que ser seguida siempre por la raya horizontal. Así pues, de lo que se trataría sería en todo caso de ' $\vdash$  lo verdadero', que aunque no puede ocurrir en el sistema formal de Frege, ya que 'lo verdadero' no es un enunciado de dicho sistema, muy bien puede ser visto como un esquema representativo de lo que ocurre en dicho sistema, a saber, que ' $\partial$ ' sólo se aplica a enunciados cuya denotación es lo verdadero. Por cierto que, por la misma razón, ' $\vdash 2 + 3 \neq 5$ ' no puede ocurrir en el sistema formal de Frege.

Burge nos dice (p. 145) que la raya horizontal expresa la noción de verdad en el sistema de Frege. Más aún, en vista de que ella puede acompañar a cualquier enunciado sin añadir nada a su sentido, Burge sostiene que sólo la raya horizontal cumple en el sistema de Frege la condición impuesta por la tesis de la redundancia de la verdad. El incluso afirma (p. 145) que  $\Delta = (-\Delta)$ , donde a '=' hay que leerlo como el bicondicional, y que la raya horizontal es el análogo en el sistema de Frege del esquema de la verdad de Tarski. De aquí Burge concluye (p. 146) que el concepto de verdad es anterior a cualquier otro concepto denotado en el sistema de Frege.

Conviene intercalar aquí unos brevísimos comentarios. Antes que nada cabe observar que Burge no debe estarse refiriendo al sistema de *BS* cuando habla del sistema de Frege, pues en *BS* la raya horizontal, que es también llamada 'la raya del contenido' en dicha obra, sirve para indicar que lo que sigue es un contenido enjuiciable (por lo que cabe hablar de su verdad o falsedad). La aserción y, en todo caso, la verdad recaen en la raya vertical, que es la que tiene un carácter 'redundante', ya que se aplica sólo a contenidos enjuiciables verdaderos. En *GGA* la raya horizontal, que ya no tiene la función de 'ponerle el sello' a los contenidos enjuiciables, es un predicado que a un enunciado verdadero le asigna lo verdadero como valor, y a un enunciado falso o a un nombre propio que no es un enunciado le asigna como valor lo falso. Aunque en la extensión de dicho predicado sólo cae lo verdadero, dicho predicado no se

comporta de manera 'redundante' cuando es aplicado a argumentos que no son enunciados. Nuevamente, aquí la aserción y, en todo caso, la verdad hay que buscarla en la raya vertical, que sólo dice que es verdadero lo que es un enunciado verdadero. Así pues, también en *GGA* es la raya vertical la que tiene un carácter 'redundante'.

Continuando con Burge, éste pasa a sostener (p. 148) que Frege en ningún lugar escribe o implica que el sentido de un enunciado es dado 'antes' de que llevemos a cabo la actividad de asentir, pues el sentido es postulado como la manera en que son presentadas las denotaciones en el pensamiento. Más aún, añade Burge (p. 148), los pensamientos son para Frege condiciones de verdad, y nos interesamos en ellos sólo porque estamos interesados en alcanzar la verdad.

Estas últimas aserciones de Burge nos parecen totalmente desacertadas. No sólo en *SB* sino en *G* y en escritos publicados póstumamente (como, por ejemplo, en "Logik" de 1897) Frege subraya justamente el hecho de que se puede captar un pensamiento sin tener que reconocer su verdad o falsedad, es decir, sin tener que juzgar. Además, tanto en *G* como en otros escritos Frege recalca que los pensamientos existen, en su opinión, con independencia de su captación —y *a fortiori* de su aserción— por los seres humanos (y, por cierto, también menciona que su verdad o falsedad es independiente de las aserciones que acerca de ellos hagan los seres humanos). Pretender ignorar el hecho de que para Frege los pensamientos —y, en general, los sentidos— tienen una objetividad totalmente independiente de lo seres humanos, nos parece difícil de justificar. La única explicación para un tal desacierto es la obsesión que Burge comparte con Sluga, Weiner, Kitcher y otros de hacer ver a Frege como un epistemólogo.

(D) Philip Kitcher, "Frege, Dedekind and the Philosophy of Mathematics".

En el artículo que nos ocupa Philip Kitcher va a tratar de mostrar (véase p. 300) que las preocupaciones que subyacen a la obra de Richard Dedekind son muy diferentes de las que subyacen a la obra de Frege. Para ello él va a defender a lo largo del artículo una interpretación kantiana de Frege. Casi al comienzo de su artículo Kitcher sostiene (p. 301) que es el marco de la epistemología kantiana lo que le da significación a la labor de Frege. Más aún, él afirma (véase pp. 304-305) que si

Frege guarda silencio acerca de asuntos epistemológicos fundamentales, es porque, aparte de su divergencia de Kant respecto de la naturaleza del conocimiento aritmético, él daba por sentado lo básico del marco epistemológico kantiano. Ahora bien, nos dice Kitcher (p. 307), una empresa como la de Frege, que toma tanto prestado a la epistemología general, es vulnerable frente a la posibilidad de que si parte de la epistemología propuesta es desacertada, entonces el proyecto no tiene la importancia que se le suele atribuir. Y eso es lo que ocurre, según Kitcher (p. 321), en el caso de Frege, ya que la epistemología kantiana, y el tipo de apriorismo matemático propugnado por Kant y Frege está en bancarrota. Frente a esa epistemología fracasada de Kant y suscrita, en opinión de Kitcher, por Frege, Kitcher nos ofrece como correcta la 'nueva' epistemología causalista de Kornblith y otros, que Benacerraf introdujo en las discusiones acerca del conocimiento matemático, y que se ha convertido en un dogma de fe, presupuesto en gran parte de las discusiones recientes en filosofía de la matemática. Así pues, según Kitcher (p. 302), respecto de cualquier objeto de conocimiento hay un proceso causal mediante el cual se ha producido una determinada creencia, y reconstruir un cuerpo de conocimiento no es otra cosa que sacar a la luz las cadenas causales que vinculan a los distintos enunciados que forman parte del mismo.

Ya hemos criticado más arriba la kantianización de Frege. No obstante, algunas de las aserciones de Kitcher ameritan discusión. Ahora resulta que como, aparte de sus comentarios en *GA* acerca de su coincidencia con Kant respecto de la naturaleza de la geometría y su divergencia respecto de la naturaleza de la aritmética, Frege no se expresó sobre temas epistemológicos durante la mayor parte de su vida, ello se debió a que suscribía totalmente el grueso de la epistemología kantiana. Esa atrevida interpretación del pensamiento de Frege no se sustenta en los textos de 1885 a 1920, los que abarcan la mayor parte de la obra de Frege. La tesis que sí se puede sustentar es que Frege estaba reacio a tratar problemas epistemológicos por miedo a caer en el psicologismo, y sólo con gran cautela se va adentrando en temas epistemológicos específicos, como sucede en *G*. Ahora bien, una vez se derrumba completamente su sistema de creencias es que él, en sus últimos escritos, discute temas epistemológicos de carácter más general y parece acercarse a Kant en lo que concierne tanto a la división de nuestras capacidades cognitivas en facultades como a la relativa importancia que les concede. Cabe razonablemente especular que Frege siempre había creído en una

tal división de nuestras capacidades cognoscitivas, pero esa es una creencia demasiado general, compartida por kantianos y seguramente por mucha gente que no puede ser considerada kantiana. Pero resulta claro, justamente con base en los referidos escritos, que él le había conferido previamente una importancia relativa a las facultades cognoscitivas muy diferente de las que les conferiría un kantiano. Por otro lado, pretender disminuir, como hace Kitcher, la importancia de la obra de Frege porque supuestamente se basa en una epistemología en bancarrota es otro gran desacierto. Pocas empresas intelectuales 'fracasadas' en la historia de la humanidad han tenido una repercusión tan enorme como el logicismo de Frege. Desde el punto de vista técnico del desarrollo de la lógica, la aportación es gigantesca, y no requiere defensa. Desde el punto de vista filosófico, basta con mencionar el enorme avance de la discusión en filosofía de la matemática a partir de Frege —excepto por el mismo Kitcher, que representa un regreso a Mill—, e igualmente la discusión en filosofía de la lógica y filosofía del lenguaje. Finalmente, cabe mencionar que resulta sorprendente que Kitcher, Benacerraf y otros autores pretendan evaluar el conocimiento matemático con herramientas tan frágiles como la llamada teoría causal del conocimiento. Como han indicado James Robert Brown, Michel Resnik y otros (véase sus artículos en *Physicalism in Mathematics*, editado por A.D. Irvine), la teoría causal del conocimiento no puede ni siquiera dar cuenta adecuadamente del conocimiento en las ciencias físicas (particularmente en la mecánica cuántica). Resulta poco razonable exigirle a la matemática que se rija por una epistemología que fracasa al tratar de explicar el conocimiento físico.

Continuando con Kitcher, éste arguye (p. 305) que es incorrecto sostener, como hacen muchos, que el examen de los fundamentos de la aritmética que lleva a cabo Frege es una continuación de la rigorización del análisis que llevaron a cabo Cauchy, Weierstraß y Dedekind. A diferencia de Frege, nos dice Kitcher (pp. 305-306), estos autores estaban interesados en resolver problemas técnicos y no en establecer la aprioridad del análisis. Conviene dejar claro aquí dos cosas: (1) que Frege también estaba interesado en problemas de carácter técnico, y el enorme desarrollo que sufrió la lógica en sus manos es la mejor muestra de ello; y (2) que el objetivo de Frege no era establecer (meramente) la aprioridad de la aritmética, sino su derivabilidad de la lógica, es decir, su analiticidad, así pues, un objetivo que contradice claramente la tesis kantiana de la sinteticidad a priori de la aritmética.

Kitcher sostiene (pp. 308-309) que Dedekind adopta una concepción constructivista de la matemática. Así, por ejemplo, los números son productos de actos de construcción. Según Kitcher (p. 310), Dedekind separa la tesis ontológica constructivista de que la matemática se ocupa de construcciones humanas, de la tesis epistemológica constructivista, según la cual, el alcance y los límites de las construcciones humanas pueden ser decididos a priori. Según Kitcher (p. 311), Dedekind cree que nosotros descubrimos nuestra capacidad para la construcción mental de los objetos matemáticos al reflexionar acerca de la matemática ya desarrollada y sistematizarla. En apoyo a esto último, Kitcher cita a Dedekind (p. 311), y luego concluye que lo que este último quiere decir en el pasaje citado es que lo que nos dice la conciencia interna es ilusorio y que tenemos que reconocer la naturaleza y límites de nuestras construcciones mediante la matemática que ya conocemos. Sin embargo, esta interpretación es muy debatible, y puede servir de muestra de cómo Kitcher hace violencia a los textos para que se acomoden a sus preconcepciones. Lo que Dedekind dice en el pasaje citado es que muchos lectores se asombrarían de que él exija largas cadenas de inferencia, así pues, una suerte de disección de las cadenas de razonamiento en las que se basan las leyes de la aritmética que a dicho lector le parecerían intuitivamente evidentes. (Por cierto que pasajes muy similares se pueden encontrar en Frege, por ejemplo, en el Prefacio de *GGA*.)

Kitcher sostiene (p. 312) que aunque Dedekind rechaza la tesis kantiana de que las verdades de la aritmética son necesarias en virtud de las formas de la intuición, él reconoce —y trata de explicar el por qué de ello— que los conceptos de la aritmética aplican a cualquier experiencia, y que los principios de la aritmética son verdaderos de cualquier experiencia. Según Kitcher (p. 318), Dedekind considera que el conocimiento matemático es totalmente empírico, y obtenido mediante reflexión acerca de nuestra experiencia y el cuerpo de conocimiento matemático que hemos heredado. Sin embargo, en las pp. 332-336 Kitcher arguye que Dedekind estaba interesado en mostrar que no era posible un mundo en el que no valiesen las leyes de la aritmética, las cuales serían condiciones proposicionales para todo mundo concebible por nosotros. Kitcher propone (pp. 329-330) como interpretación de Dedekind que los enunciados matemáticos lo que describen son las propiedades de las operaciones mismas, y no de sus productos, es decir, de los objetos mismos. De esta manera presuntamente se podría librar al constructi-

vismo de Dedekind de las acusaciones de subjetivismo que le podrían hacer los realistas en la matemática, pues, según Kitcher (p. 330), las operaciones constructivas que describiría la matemática serían las mismas no importa quien las lleve a cabo. Por otro lado, Kitcher sostiene (p. 331) que en el caso de un mundo en el que no haya vida inteligente la aritmética es verdadera para ese mundo porque la aritmética es parte de la mejor teoría acerca de ese mundo. Para concluir nuestro recuento de las opiniones de Kitcher, cabe mencionar que en la p. 329 él también le atribuye a Frege —y trata de atribuirle al pobre Dedekind— una concepción normativa de la lógica.

Sobre este último desacierto interpretativo de la obra de Frege no es necesario añadir nada más a lo que dijimos más arriba al comentar el artículo de Burge. Las otras aserciones de Kitcher sí exigen algún comentario. Por un lado Kitcher sostiene que Dedekind rechazaba el carácter necesario de las verdades aritméticas propugnado por Kant. No obstante, Kitcher considera a Dedekind constructivista —como Kant (y en este punto Dedekind está más cerca de Kant que Frege)—, y, añade que éste reconocía que los principios de la aritmética eran verdaderos de cualquier experiencia y en todo mundo concebible por nosotros (lo que para muchos significaría precisamente que poseían una suerte de necesidad). Por otro lado, Kitcher sostiene que Dedekind consideraba a la matemática una ciencia empírica, lo que es difícil de conciliar con la aplicabilidad general de sus leyes en todo mundo posible para nosotros. Pero la justificación que ofrece Kitcher de su aserción de que Dedekind consideraba a la matemática una ciencia empírica, a saber, que el conocimiento matemático es obtenido mediante reflexión sobre nuestra experiencia y la matemática heredada, se basa en una clara ejemplificación de la falacia genética. Obviamente, los matemáticos aprenden la matemática de sus maestros y libros de texto; pero esto nada tiene que ver con la fundamentación o legitimación epistemológica. Más aún, la interpretación que hace Kitcher de un pasaje de Dedekind citado en apoyo de la tesis acerca del 'empirismo matemático' de Dedekind es una insólita tergiversación. Si a los desaciertos interpretativos le añadimos los desaciertos en sus presuntas aportaciones personales, la situación es mucho más grave. Como hemos visto, Kitcher sostiene que para que el constructivismo se libere de la acusación de subjetivismo, hay que sostener que la matemática describe las propiedades de las operaciones constructivas, y no las de sus objetos, ya que dichas operaciones son las mismas no importa quien las lleve a cabo. Curiosamente, la noción de constructividad, o de

operación constructiva, es algo acerca de lo que los constructivistas nunca se han puesto de acuerdo. Cabe preguntarle a Kitcher si se trata de operación constructiva en el sentido del constructivismo clásico de Kant, del constructivismo ingenuo de Dedekind, del intuicionismo de Brouwer, del constructivismo más reciente de Bishop, etc. En la p. 330 Kitcher recurre —como en otros escritos suyos— a un sujeto ideal que construye objetos matemáticos libre de las limitaciones humanas. Sinceramente, no vemos qué ganaría un matemático típico con atribuirle una constructividad ideal (semidivina) a un objeto matemático cuya constructividad le resulta para siempre inaccesible, en vez de atribuirle una realidad independiente de todo sujeto creador. Por otro lado, si se ‘mundaniza’ de algún modo la construcción, entonces hay que restringir el dominio de las operaciones constructivas y el de sus objetos ideales; pero cualquier restricción es arbitraria, ya que depende de una noción particular, no generalmente aceptada, de constructividad. Finalmente, queremos comentar la aserción de Kitcher de que en el caso de un mundo en el que no haya vida inteligente la aritmética es verdadera para ese mundo porque ella es parte de la mejor teoría acerca de ese mundo. Esta última razón dada por Kitcher no nos parece mucho más profunda que el ‘porque sí’ que utilizan los niños. De todos modos, cabe señalar que desde una posición empirista, como la de Kitcher, no hay fundamento alguno para sostener que en algún mundo diferente del actual enunciados que son sólo empíricamente verdaderos también serán verdaderos. Cabe añadir que como en el mundo al que se refiere Kitcher no habría vida inteligente, no habría quien construyese las entidades matemáticas, por lo que todos los enunciados aritméticos existenciales serían falsos. Ciertamente, al combinar el constructivismo con el empirismo —como hace Kitcher o, por lo menos el Dedekind de Kitcher— se añaden nuevas dificultades sin resolverse ninguna de las que afectan a las dos concepciones por separado.

*Universidad de Puerto Rico*